

**ESQUEMAS COMPETITIVOS EM SISTEMAS HIDROTÉRMICOS:**

**COMPORTAMENTO ESTRATÉGICO DE AGENTES  
GERADORES EM AMBIENTE DE MERCADO**

**Luiz Augusto N. Barroso**

**Emails:**

[luiz@mercados.com.br](mailto:luiz@mercados.com.br)

[luiz@psr-inc.com](mailto:luiz@psr-inc.com)

**Universidade Federal do Rio de Janeiro**

**Instituto de Matemática - NCE**

**Tese de MSc**

**Rio de Janeiro, Brasil**

**Mai de 2000**

# **ESQUEMAS COMPETITIVOS EM SISTEMAS HIDROTÉRMICOS: COMPORTAMENTO ESTRATÉGICO DE AGENTES GERADORES EM AMBIENTE DE MERCADO**

**Luiz Augusto Nóbrega Barroso**

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DO INSTITUTO DE MATEMÁTICA E DO NÚCLEO DE COMPUTAÇÃO ELETRÔNICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS DA COMPUTAÇÃO.

Aprovada por:

---

Márcia Helena da Costa Fampa, D.Sc.

---

Mário Veiga Ferraz Pereira, D.Sc.

---

João Lizardo Rodrigues Hermes de Araújo, Dr.Sp.

---

Sérgio Granville, PhD.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

MAIO DE 2000

**BARROSO, LUIZ AUGUSTO NÓBREGA**

Esquemas Competitivos em Sistemas  
Hidrotérmicos: Comportamento Estratégico  
de Agentes Geradores em Ambiente de  
Mercado [Rio de Janeiro] 2000

XI, 99 p. 29,7 cm (IM/UFRJ, M.Sc.,  
Ciência da Computação, 2000)

Tese - Universidade Federal do  
Rio de Janeiro, IM

1. Despacho Hidrotérmico
2. Poder de Mercado
3. Equilíbrio de Nash-Cournot

I. IM/UFRJ II. Título ( série )

## AGRADECIMENTOS

À Mário Veiga F. Pereira, pela oportunidade da realização desta tese e pelo apoio incondicional em todas as etapas de desenvolvimento da mesma.

À Rafael Kelman, pelas inúmeras minuciosas revisões e pela sempre disponibilidade para discutir temas relacionados à tese.

À Prof<sup>a</sup>. Márcia Fampa, pelos comentários inteligentes feitos em nossas reuniões sempre muito agradáveis.

Aos Prof. e amigos João Lizardo, Sérgio Granville, Gerson Couto e Joari Paulo, pelas sugestões, revisões e pelo interesse demonstrado em meu trabalho.

À Priscila Lino, pela agradável companhia e pelo apoio na realização desta.

À Luiz Pereira Barroso, meu pai, pelas diversas discussões em temas afins, alguns abordados nesta tese. A minha mãe, Diana e a meu irmão Luiz Henrique pelos incentivos para concluí-la.

Finalmente aos amigos da PSR/Mercados de Energia, a saber: Bernardo Gomes, Frederico Magalhães, Gustavo Voll, Julio Cahuano, José Rosenblatt, Jorge Trinkenreich, Laura Bahiense, Luiz Maurício, Marcio Szechtman, Marcos Meireles, Maria Cândida, Maria Helena, Noélia Pontes, Nora Campodónico, Sérgio Lucindo e Talita Porto, pelo apoio demonstrado e por nossa agradável convivência.

Resumo da Tese apresentada à IM/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

**ESQUEMAS COMPETITIVOS EM SISTEMAS HIDROTÉRMICOS:  
COMPORTAMENTO ESTRATÉGICO DE AGENTES GERADORES EM  
AMBIENTE DE MERCADO**

**Luiz Augusto Nóbrega Barroso**

Maio/2000

Orientadores: Márcia Helena da Costa Fampa

Mário Veiga Ferraz Pereira

Programa: Ciência da Computação

O objetivo desta tese é investigar o exercício de poder de mercado em sistemas hidrotérmicos com despacho baseado em ofertas. É mostrado que a estratégia de oferta ótima de uma usina hidroelétrica envolve o *tradeoff* entre maximizar sua renda imediata com a venda de energia no mercado *spot* hoje e maximizar sua renda futura com o armazenamento desta energia para uso futuro. O comportamento estratégico dos agentes geradores foi simulado com um modelo de equilíbrio de Nash-Cournot. No modelo estático (uma etapa), o equilíbrio de Nash foi calculado analiticamente. Foi mostrado que a produção hidroelétrica total de  $N$  agentes estratégicos é menor que a solução de mínimo custo por um fator de  $(N/(N+1))$ . No modelo dinâmico (estocástico e incluindo o acoplamento temporal) o problema foi modelado através de uma recursão de programação dinâmica estocástica, onde a decisão em cada estágio e estado corresponde a um equilíbrio de Nash de um jogo não cooperativo. Em seguida é feita uma análise de medidas mitigatórias para minimizar o exercício de poder de mercado nestes sistemas. Nesta dissertação foi investigada a medida mitigatória de se utilizar diferentes níveis mínimos de contratação obrigatórios entre as usinas geradoras estratégicas e suas demandas, seguindo a mesma metodologia anterior, entretanto adaptada para representar a parcela de contratos no cálculo da renda dos geradores. Foi mostrado que, em ambos os casos (estático e dinâmico), o potencial para poder de mercado é reduzido a medida em que a quantidade mínima de contratos de cada gerador eleva-se. Estudos de caso com dados do sistema brasileiro são apresentados e discutidos.

Abstract of Thesis presented to IM/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

**COMPETITIVE SCHEMES IN HYDROTHERMAL SYSTEMS:  
STRATEGIC BEHAVIOR OF AGENTS IN COMPETITIVE MARKETS**

**Luiz Augusto Nóbrega Barroso**

May/2000

Advisors: Márcia Helena da Costa Fampa

Mário Veiga Ferraz Pereira

Department: Computer Science

The objective of this work is to investigate market power issues in bid-based hydrothermal scheduling. It is shown that the optimal bidding strategy for a hydro plant involves the tradeoff between maximizing immediate revenue by selling hydro energy in the spot market today and maximizing future revenues by storing this energy for a later usage. Market power in hydro systems was simulated with a Nash-Cournot equilibrium model. In the static model (one stage), Nash equilibrium was calculated analytically. It was shown that the total hydro production of  $N$  strategic agents is smaller than the least-cost solution by a factor of  $(N/(N+1))$ . In the dynamic model (multi-stage, stochastic) the problem was handled through an extended stochastic dynamic programming scheme, where the decision in each stage and state is the Nash equilibrium of a multi-agent non cooperative game. Thereafter, this work reviews some mitigation measures to address market power concerns in bid-based hydrothermal systems. It was then evaluated the mitigation measure of adopting a minimum contract level scheme between the strategic generators and its loads through the same previous methodology, but adjusted to consider the portion of contracts in the generator's revenues: first in a static model (one stage) and then in a dynamic model (multistage, stochastic). It was shown that, in both cases, the market power is reduced as the minimum contract level for the strategic generators increases. Case studies with data taken from the Brazilian system are presented and discussed.

## ÍNDICE

<b>1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1. A REESTRUTURAÇÃO DO SETOR ELÉTRICO .....	1
1.2. OBJETIVO DA TESE .....	2
<b>2. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE DESPACHO TÉRMICO.....</b>	<b>5</b>
2.1. DESPACHO HORÁRIO .....	5
2.2. EXEMPLO .....	6
2.3. O MERCADO ATACADISTA DE ENERGIA (MAE) – SISTEMAS TÉRMICOS .....	7
2.4. CARACTERÍSTICAS DO ESQUEMA DE PAGAMENTO SPOT .....	7
2.5. DESPACHO BASEADO EM PREÇOS VERSUS CUSTOS .....	8
2.5.1. <i>Estratégia de Ofertas de um Gerador – Caso Determinístico</i> .....	9
<b>3. ANÁLISE DO COMPORTAMENTO ESTRATÉGICO.....</b>	<b>11</b>
3.1. INTRODUÇÃO.....	11
3.2. PODER DE MERCADO HORIZONTAL E VERTICAL .....	11
3.3. MEDIDA DE INTENSIDADE DO COMPORTAMENTO ESTRATÉGICO .....	12
3.4. ENFOQUE TRADICIONAL DE ANÁLISE: ÍNDICES DE CONCENTRAÇÃO .....	12
3.5. ENFOQUE PROPOSTO: SIMULAÇÃO DO COMPORTAMENTO ESTRATÉGICO.....	14
3.6. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	14
<b>4. COMPORTAMENTO ESTRATÉGICO EM SISTEMAS DESACOPLADOS NO TEMPO.....</b>	<b>17</b>
4.1. PRODUTORES ESTRATÉGICOS E DEPENDENTES.....	17
4.2. DETERMINAÇÃO DA PRODUÇÃO ÓTIMA .....	19
4.3. EQUILÍBRIO DE NASH-COURNOT .....	19
4.3.1. <i>Custos Marginais</i> .....	21
4.3.2. <i>Remuneração Líquida na Situação de Equilíbrio</i> .....	21
4.4. SOLUÇÃO DE MÍNIMO CUSTO .....	22
4.5. CASO EXEMPLO.....	24
4.5.1. <i>Soluções de Equilíbrio e de Mínimo Custo</i> .....	24
4.5.2. <i>Exemplo Numérico</i> .....	24
4.5.3. <i>Energia Total Gerada</i> .....	25
4.5.4. <i>Caso <math>N \rightarrow \infty</math></i> .....	26
4.5.5. <i>Preço Spot</i> .....	27
4.5.6. <i>Renda Spot Líquida</i> .....	27
4.5.7. <i>Comparação com Índices de Concentração</i> .....	28
4.6. OFERTAS FORA DO EQUILÍBRIO.....	29
4.6.1. <i>Caso 1: Restrições de Geração de uma das Usinas</i> .....	29
4.6.2. <i>Caso 2: Comportamento “não Cournot” de um dos Agentes</i> .....	32
<b>5. OPERAÇÃO DE SISTEMAS HIDROTÉRMICOS – MODELO DE MÍNIMO CUSTO.....</b>	<b>36</b>
5.1. INTRODUÇÃO.....	36
5.2. CUSTO IMEDIATO E CUSTO FUTURO .....	37
5.3. VALOR DA ÁGUA.....	38
5.4. ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO .....	38
5.5. PROBLEMA DO DESPACHO HIDROTÉRMICO DE UM ESTÁGIO .....	39
5.5.1. <i>Função Objetivo</i> .....	40
5.5.2. <i>Balço hídrico</i> .....	40
5.5.3. <i>Limites de Armazenamento e Turbinamento</i> .....	41
5.5.4. <i>Limites na Geração Térmica</i> .....	41
5.5.5. <i>Atendimento à Demanda</i> .....	41
5.6. CÁLCULO DO PREÇO SPOT.....	41
5.7. EXEMPLO .....	41
5.8. A PROGRAMAÇÃO DINÂMICA ESTOCÁSTICA .....	43
5.9. O ALGORITMO PDE – MODELO DE MÍNIMO CUSTO.....	45
5.9.1. <i>Descrição das Principais Variáveis</i> .....	47

<b>6. OPERAÇÃO DE SISTEMAS HIDROTÉRMICOS – MODELO DE COURNOT</b> .....	<b>48</b>
6.1. INTRODUÇÃO.....	48
6.2. ALGORITMO DE PDE – MODELO DE COURNOT .....	48
6.2.1. <i>Descrição das Principais Variáveis</i> .....	51
6.2.2. <i>Comparação Entre os Algoritmos PDE</i> .....	51
6.3. CASO EXEMPLO.....	51
6.3.1. <i>Descrição do Sistema</i> .....	51
6.3.2. <i>Descrição do Estudo</i> .....	52
6.3.3. <i>Preço Spot Médio</i> .....	53
6.3.4. <i>Gerações Energéticas Médias</i> .....	54
6.3.5. <i>Renda Média das Usinas</i> .....	56
6.3.6. <i>Custo Operativo</i> .....	57
<b>7. MECANISMOS PARA REDUÇÃO DE PODER DE MERCADO</b> .....	<b>60</b>
7.1. INTRODUÇÃO.....	60
7.2. CONTRATOS A TERMO .....	61
7.3. EQUILÍBRIO DE NASH-COURNOT COM CONTRATOS – CASO ESTÁTICO .....	62
7.3.1. <i>Equações de Equilíbrio</i> .....	62
7.3.2. <i>Custos Marginais</i> .....	63
7.3.3. <i>Remuneração Líquida dos Agentes Estratégicos</i> .....	63
7.3.4. <i>Exemplo 1</i> .....	64
7.3.5. <i>Exemplo 2</i> .....	67
7.4. EQUILÍBRIO DE NASH-COURNOT COM CONTRATOS – CASO DINÂMICO .....	68
7.4.1. <i>Descrição do Estudo</i> .....	68
7.4.2. <i>Preço do Contrato</i> .....	69
7.4.3. <i>Limite de Contratação das Usinas</i> .....	69
7.4.4. <i>Resultados das Simulações</i> .....	70
7.5. ANÁLISE FINAL.....	73
<b>8. CONCLUSÕES</b> .....	<b>74</b>
<b>9. REFERÊNCIAS</b> .....	<b>76</b>
<b>10. ANEXO A - CONSIDERAÇÕES ADICIONAIS SOBRE O EQUILÍBRIO DE NASH-COURNOT EM SISTEMAS DESACOPLADOS NO TEMPO</b> .....	<b>80</b>
<b>11. ANEXO B - ANÁLISE DE ESTRATÉGIAS DE COOPERAÇÃO ENTRE AGENTES EM MERCADOS COMPETITIVOS</b> .....	<b>83</b>
11.1. INTRODUÇÃO.....	83
11.2. MODELO DE COURNOT .....	83
11.3. MODELO DE MONOPÓLIO.....	84
11.4. MOTIVAÇÃO PARA A EXISTÊNCIA DE COOPERAÇÃO ENTRE OS AGENTES .....	84
11.4.1. <i>Renda Obtida na Competição do tipo Cournot</i> .....	84
11.4.2. <i>Renda Obtida em um Monopólio</i> .....	84
11.4.3. <i>A Cooperação</i> .....	85
11.5. POSSIBILIDADES DE DESVIOS ("CHEATING").....	86
11.6. COMPARAÇÃO ENTRE AS RENDAS LÍQUIDAS.....	87
11.7. CONCLUSÕES .....	88
<b>12. ANEXO C - ANÁLISE DE CONVERGÊNCIA</b> .....	<b>89</b>
12.1. DEFININDO CONVERGÊNCIA LINEAR.....	89
12.2. PREÇO SPOT .....	89
12.3. QUANTIDADE DE ENERGIA PRODUZIDA .....	90



# 1. INTRODUÇÃO

## 1.1. A Reestruturação do Setor Elétrico

Empresas concessionárias de energia elétrica em diversos países estão passando por mudanças radicais em seus mecanismos de regulação e de mercado. A principal característica deste processo de reestruturação é tentar aumentar a eficiência do setor através de mecanismos de mercado (incentivos à competição). Em muitos países a reestruturação contém incentivos para a participação de agentes privados no processo de produção de energia, que historicamente tem sido exercida na maioria dos casos pela administração pública indireta<sup>1</sup>.

A introdução da competição no setor da geração embasou os processos de privatização e reestruturação em diversos países do mundo, tais como Chile, Inglaterra, Argentina, Austrália, Noruega, Colômbia, Nova Zelândia e em algumas regiões dos EUA, principalmente a Califórnia e a Costa Leste.

Na maioria dos países, o processo de reestruturação tem substituído o tradicional planejamento da expansão e operação, baseados em uma otimização centralizada, por procedimentos descentralizados, baseados no funcionamento do mercado:

- a) Ao invés de seguir um plano de expansão produzido por uma agência de planejamento central, os agentes privados ou públicos são livres para decidir pela construção de unidades geradoras e competir pelos contratos de venda de energia com empresas de distribuição e consumidores livres.
- b) Além do mercado de contratos, os geradores podem livremente fazer suas ofertas ( $x$  MWh ao preço unitário mínimo de  $\$y/\text{MWh}$ ) para a produção de energia (tipicamente em bases horárias para o próximo dia ou próxima semana) em um Mercado Atacadista de Energia - MAE. As unidades são então despachadas por ordem crescente da oferta de preço até que a demanda seja atendida. Em alguns casos há ofertas por parte da demanda. Os geradores despachados recebem pelo preço da unidade despachada mais cara, que corresponde ao custo marginal de curto prazo do sistema (CMCP), ou preço *spot*.
- c) Uma vez calculada a geração de cada usina, esta recebe do MAE um valor (\$) dado pelo custo marginal de curto prazo, ou preço *spot* ( $\$/\text{MWh}$ ), multiplicado pela energia gerada (MWh). Por sua vez, cada comprador (empresas distribuidoras ou grandes consumidores industriais) paga ao MAE um valor (\$) relativo aos MWh consumidos nesta hora, multiplicados pelo mesmo preço *spot*.

---

<sup>1</sup> Existem algumas exceções. Na China, por exemplo, a participação privada na produção de energia elétrica ainda não é cogitada. Isto não a impede de estar passando por uma profunda reestruturação no setor. Até pouco tempo, a produção de energia elétrica fazia parte da administração direta que agora está sendo repassada para a administração indireta. Lá a reestruturação em curso está na criação de grandes empresas estatais responsáveis pela construção de mega-projetos, processo bem semelhante ao ocorrido no Brasil dos anos 70 e início dos 80. Outro país que foge à regra por historicamente ter seu parque gerador sob domínio de empresas privadas, são os EUA.

Um dos aspectos conceitualmente atraente do esquema de pagamento *spot* é que, havendo competição perfeita, ele produz sinais econômicos eficientes para a expansão do sistema[23,38]<sup>2</sup>. Isto é, se o sistema está otimamente dimensionado, a remuneração *spot* se iguala aos custos de investimento mais as despesas operacionais. Por razões semelhantes, quando o preço *spot* é definido pelo conjunto de ofertas de preços unitários mínimos, a geração de energia é feita a mínimo custo, nas condições de “mercado perfeito”.

Economistas neoliberais argumentam que quando um número grande de produtores compete pela venda de um determinado bem ou serviço, a competição é tudo que é necessário para promover preços baixos e serviços de qualidade. Dessa forma, em um mercado ideal (ou “perfeito”), a competição exclui a existência de reguladores e os mercados seriam operados de maneira desregulada. Entretanto, na indústria elétrica a experiência mostra que isto não necessariamente ocorre.

Enquanto parece haver um consenso em relação às vantagens de decisões de investimento descentralizadas [3,23,27,30], a eficiência operacional destes mercados se baseia na hipótese de que a ação individual de nenhum agente pode afetar, pelo menos significativamente, o preço do sistema, ou preço *spot*. E há pelo menos uma questão principal que traz preocupações com respeito à eficiência da operação do sistema desta forma: como a elasticidade da demanda nos mercados de eletricidade é baixa, na “vida real” as empresas geradoras podem ter um comportamento no mercado realizando suas ofertas de energia de forma estratégica objetivando aumentar o preço *spot* do sistema e conseqüentemente seus lucros, isto é, exercer *poder de mercado*. Assim, o funcionamento de mercados reais nem sempre é perfeito.

## 1.2. Objetivo da Tese

A análise do *poder de mercado* em sistemas hidrotérmicos e dos mecanismos indicados para mitigá-lo, em particular o estudo de níveis mínimos de contratação obrigatórios, constituirão o tema central desta tese.

Tradicionalmente o estudo do *poder de mercado* de uma empresa em um mercado qualquer tem sido realizado medindo-se a participação da produção desta empresa na produção total. A condição de “posição dominante” de uma empresa (ou de um conjunto de empresas concentradas em uma única) em um mercado estava definida em função de sua participação percentual neste mercado, ou, analogamente, através da avaliação da concentração da produção total em poucas empresas. Embora o nível de concentração de empresas esteja muitas vezes correlacionado com a prática de *poder de mercado*, existem outros fatores que influenciam o grau de competição e formação de oligopólios dentro de um mercado, principalmente no mercado elétrico [10].

Nestes mercados uma usina hidroelétrica possui também a capacidade de, conforme as condições hidrológicas do sistema, utilizar seu reservatório como importante recurso para estrategicamente realizar ofertas de energia visando elevar o preço *spot* e, dessa

---

<sup>2</sup> Isto se aplica bem a sistemas térmicos. O mesmo não ocorre em sistemas hidrotérmicos quando existem duas ou mais empresas proprietárias de usinas hidroelétricas instaladas na mesma bacia hidrográfica. Neste caso, demonstra-se em [23] que o sinal econômico de uma remuneração *spot* está distorcido.

forma, elevar seus lucros. Ou seja, não é necessário haver concentração de mercado para termos exercícios de manipulação de preços.

Nesta tese o termo *poder de mercado* será utilizado para descrever o comportamento de uma empresa geradora hidroelétrica (cujo ativo de geração seja uma usina hidroelétrica) em ambiente de mercado que altera estrategicamente as suas ofertas de energia, em relação às ofertas que faria em um despacho de mínimo custo, objetivando alterar o preço *spot* e, desta maneira, elevar seus lucros.

O Capítulo 2 discute o despacho em sistemas térmicos e introduz o Mercado Atacadista de Energia (MAE), onde os pagamentos aos geradores é feito com base no custo marginal de curto prazo (CMCP) do sistema ou preço *spot*. É introduzido o conceito de despacho baseado em ofertas de preços de energia pelos geradores e é analisada a estratégia de ofertas de um gerador em ambiente de mercado, onde mostra-se que este é induzido pelo mecanismo de mercado a ofertar seu próprio custo de produção.

O Capítulo 3 analisa o comportamento estratégico de agentes geradores em ambiente de mercado, introduzindo o conceito de poder de mercado em sistemas hidrotérmicos. É feita uma revisão do enfoque tradicional (índices de concentração) para identifica-lo, para medi-lo (Índice de Lerner) e introduz-se o enfoque proposto para a identificação e análise do poder de mercado a ser realizada nesta tese (modelo de mercado com a simulação do comportamento estratégico utilizando-se teoria dos jogos).

No Capítulo 4 é estudado de maneira analítica o poder de mercado em sistemas hidrotérmicos descentralizados através do equilíbrio de Nash com modelos de Cournot (problema da maximização de lucro baseado em ofertas de quantidade de energia dos agentes), para sistemas desacoplados no tempo. Serão investigadas as estratégias de ofertas das usinas quando estas tomam suas decisões de maneira a maximizar seus lucros, comparadas à operação das mesmas em um despacho centralizado, que tem por objetivo a minimizar custos globais. Em particular, será verificado o efeito que o número  $N$  de usinas participantes do mercado tem sobre os pontos de equilíbrio do processo competitivo.

O Capítulo 5 trata do problema de despacho ótimo em sistemas hidrotérmicos. Nestes sistemas existe sempre a possibilidade de fazer uso intensivo de geração hidroelétrica hoje para economizar dinheiro relativo à utilização de combustível nas usinas térmicas. Tal estratégia pode ser adequada caso as vazões futuras sejam boas e compensem a utilização da água dos reservatórios hoje. No caso de ocorrência de seca no futuro, a estratégia se revelará um desastre, pois o baixo estoque de água impossibilitará que a geração hidroelétrica somada à geração térmica atenda plenamente à demanda. Neste cenário haverá racionamentos. Uma revisão do problema do despacho hidrotérmico de mínimo custo e a técnica para sua resolução são apresentados neste capítulo, seguindo a metodologia originalmente desenvolvida em [32,36].

Enquanto no capítulo 4 investiga-se o equilíbrio de Nash-Cournot para uma determinada etapa (sob a hipótese que o problema é desacoplado no tempo), no Capítulo 6 generaliza-se o problema das ofertas de energia produzida das usinas hidroelétricas para poder incorporar a dinâmica temporal do processo e dessa forma analisar o comportamento estratégico destes agentes maximizando seus lucros em um despacho

descentralizado. É apresentado e implementado um algoritmo baseado em programação dinâmica estocástica onde, em cada etapa, estado de armazenamento e cenário hidrológico, a dinâmica do processo de ofertas é representada de maneira iterativa como um jogo de Cournot (onde a variável de decisão é quantidade de energia produzida) até as decisões ótimas dos agentes corresponderem a um equilíbrio de Nash. Em particular, serão analisadas as distorções de preço *spot*, energia gerada e renda das usinas estratégicas provocadas na operação descentralizada quando comparados aos resultados obtidos no despacho centralizado de mínimo custo apresentado no capítulo 5.

No capítulo 7 são estudados mecanismos de controle do poder de mercado em sistemas hidrotérmicos. São apresentadas e discutidas medidas mitigatórias para reduzir a manipulação de preços e, em particular, estuda-se a utilização de níveis de contratação obrigatórios na redução do poder de mercado. Esta análise está dividida em duas partes: na primeira investiga-se de forma analítica (para sistemas desacoplados no tempo) a estratégia ótima das usinas considerando diferentes quantidades de contratos bilaterais com suas demandas. Verifica-se o efeito que os diferentes níveis de contratação têm sobre o comportamento estratégico das usinas e dessa forma sua eficiência como mecanismo para reduzir o poder de mercado. Em seguida este esquema é generalizado considerando-se a dinâmica temporal do processo. Utiliza-se uma abordagem de programação dinâmica estocástica semelhante à do Capítulo 6, entretanto adaptada para incluir a parcela de contratos no cálculo da renda do gerador. São analisados os efeitos que os contratos possuem sobre o esquema de ofertas dos geradores e sua eficiência em reduzir as distorções de preço *spot*, energia gerada e renda das usinas estratégicas comparando-se aos resultados obtidos no Capítulo 6.

O Capítulo 8 apresenta as conclusões do estudo realizado.

## 2. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE DESPACHO TÉRMICO

Neste capítulo descreve-se o problema do despacho térmico. Em seguida, apresenta-se o funcionamento do Mercado Atacadista de Energia (MAE) para sistemas puramente térmicos, e discutem-se as vantagens do esquema de pagamento *spot*.

### 2.1. Despacho Horário

A cada hora, os geradores fornecem um conjunto de custos operativos (\$/MWh) e capacidade de produção de energia (MWh). Com base nesta informação e numa previsão de demanda, o operador do sistema ou a Bolsa de Energia executam um despacho de mínimo custo:

$$z = \begin{array}{ll} \text{Min} & \sum_{j=1}^J c_j \times g_j \\ \text{sujeito a} & \end{array} \quad \text{Variável dual} \quad (2.1)$$

$$\sum_{j=1}^J g_j = d \quad \pi_d \quad (2.1a)$$

$$g_j \leq \bar{g}_j \quad \pi_{gj} \quad (2.1b)$$

para  $j = 1, \dots, J$

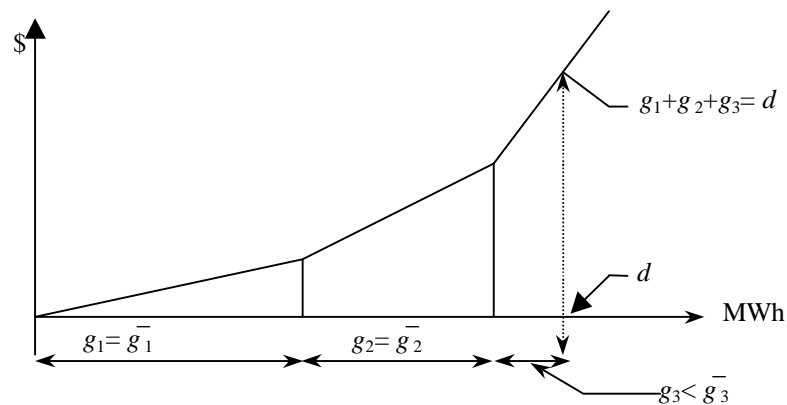
onde:

- $d$  demanda (MWh)
- $z$  custo de operação total do sistema
- $j$  índice dos geradores ( $J$  é o número de geradores)
- $c_j$  custo de produção do gerador  $j$  (\$/MWh) ;
- $g_j$  geração do gerador  $j$  (MWh)
- $\bar{g}_j$  capacidade máxima de geração do gerador  $j$  (MWh)
- $\pi_d$  variável dual da restrição de atendimento à demanda (\$/MWh)
- $\pi_{gj}$  variável dual da restrição de capacidade máxima de produção (\$/MW)

As restrições (2.1a) e (2.1.b) representam respectivamente o atendimento à demanda do sistema e os limites de geração. O despacho operativo (2.1) é um problema de programação linear (PL). Neste exemplo simples, a solução ótima pode ser obtida por inspeção: carregue os geradores por custo operativo crescente até atender a demanda. Para simplificar a notação, supõe-se que os geradores  $j = 1, \dots, J$  já estão ordenados por custo operativo crescente e que  $j^*$  é a última unidade despachada, conhecida como *gerador marginal*.

A Figura 2.1 ilustra um exemplo de um despacho puramente térmico com 3 geradores, considerados em ordem crescente de custos. Observa-se que os geradores 1 e 2 estão gerando a toda capacidade, enquanto o gerador 3 gera parcialmente, o suficiente para

atender à demanda. O gerador 3 é o marginal do sistema. Dado que os geradores são despachados em ordem crescente de custo unitário, o custo operativo total é uma função convexa da energia gerada.



**Figura 2.1 – Despacho do sistema**

Sabe-se da teoria de programação linear que a variável dual  $\pi_d$  associada à restrição (2.1a) representa a derivada do custo operativo ótimo  $z$  com respeito a uma variação na demanda  $d$ :

$$\partial z / \partial d = \pi_d \quad (2.2)$$

$\pi_d$  é portanto o custo marginal de curto prazo (CMCP), ou preço *spot*, do sistema.

Neste caso simples, o valor de  $\pi_d$  também pode ser obtido por inspeção. Dado que um aumento na demanda é compensado por um aumento na produção do gerador marginal  $j^*$ , tem-se que:

$$\pi_d = \partial z / \partial d = c_j^* \quad (2.3)$$

## 2.2. Exemplo

Os conceitos apresentados anteriormente serão ilustrados através de um exemplo de um despacho térmico com três geradores e duas demandas, em uma etapa de 1 hora, com as seguintes características:

Nome	Capacidade (MWh)	custo operativo (\$/MWh)
G <sub>1</sub>	10	8
G <sub>2</sub>	5	12
G <sub>3</sub>	20	15

**Tabela 2.1 - Características dos geradores**

Nome	Demanda (MWh)
D <sub>1</sub>	6
D <sub>2</sub>	14

**Tabela 2.2 - Demandas**

O despacho ótimo é (valores em MWh):

$$\begin{aligned} G_1 &= 10 \\ G_2 &= 5 \\ G_3 &= 5 \end{aligned}$$

O gerador marginal neste caso é G<sub>3</sub>. Portanto, o preço *spot* do sistema é \$15/MWh, que corresponde ao custo operativo desta térmica.

### 2.3. O Mercado Atacadista de Energia (MAE) – Sistemas Térmicos

No Mercado Atacadista de Energia (MAE), os geradores recebem do sistema a cada hora uma quantia (\$) dada pelo produto do custo marginal de curto prazo (CMCP) pela energia gerada (MWh) neste intervalo. A demanda, de maneira simétrica, paga uma quantia (\$) dada pelo mesmo CMCP multiplicado pelo respectivo consumo de energia (MWh). Na Tabela 2.3 é apresentado o balanço de pagamentos no MAE para o exemplo apresentado na seção 2.2 anterior:

Agente	Geração e Demanda (MWh)	Remunerações e Pagos (\$)
G <sub>1</sub>	10	150
G <sub>2</sub>	5	75
G <sub>3</sub>	5	75
D <sub>1</sub>	-6	-90
D <sub>2</sub>	-14	-210
Total		0

**Tabela 2.3 - Balanços no MAE**

Observa-se na Tabela 2.3 que as remunerações dos geradores e os pagamentos da demanda somam zero. Em outras palavras, o balanço do MAE é puramente contábil, e não requer que o seu administrador tenha responsabilidades financeiras.

### 2.4. Características do Esquema de Pagamento Spot

Um dos aspectos conceitualmente atraentes do esquema de pagamento *spot* é que, havendo competição perfeita, ele produz sinais econômicos eficientes para a expansão do sistema. Mostra-se em [23,36] que a configuração ótima que resulta de um esquema de planejamento centralizado, cujo objetivo é minimizar os custos globais, é igual à configuração obtida em um esquema de livre competição, onde o objetivo é maximizar o lucro individual. Ou seja, o planejamento descentralizado converge para o centralizado, desde que exista competição perfeita pela venda de energia entre as empresas geradoras.

## 2.5. Despacho Baseado em Preços versus Custos

No problema de despacho (2.1), supõe-se que os custos operativos (\$/MWh) dos geradores estão *disponíveis* para o operador do sistema realizar o despacho de mínimo custo.

À primeira vista, esta tarefa de determinar os custos operativos dos geradores é simples: basta multiplicar o *heat rate* da usina (unidades de combustível / MWh) pelo custo do combustível (\$ / unidades de combustível). Entretanto, com a privatização dos geradores elétricos, esta tarefa *não* é simples, pelas seguintes razões:

1. Requer a estimação pelo ente regulador; ou por algum órgão, conselho, etc. associado ou indicado pela entidade reguladora dos *heat rates* dos geradores.
2. É difícil conhecer o verdadeiro custo de geração das usinas quando estas possuem múltiplos contratos de combustível, com fornecedores e quantidades variáveis.

Portanto a estimativa do custo operativo de uma térmica, se feita desta forma, é uma tarefa, além de difícil, pouco confiável.

Com a descentralização do setor elétrico e a conseqüente privatização dos geradores, para eliminar as dificuldades inerentes ao modelo anterior, em muitos países (como Inglaterra e Colômbia) optou-se por formular o problema de despacho baseado em ofertas de preços dos geradores pela venda de energia.

Neste esquema, o gerador  $j$  faz uma oferta de preço  $\lambda_j$  da sua energia produzida e da sua capacidade  $\bar{g}_j$  disponível. Este procedimento é repetido para cada gerador do sistema. Com base nestas ofertas e numa previsão de demanda, se realiza o seguinte despacho de mínimo custo a cada etapa:

$$z = \text{Min} \sum_{j=1}^J \lambda_j \times g_j \quad \text{variável dual} \quad (2.4)$$

sujeito a

$$\sum_{j=1}^J g_j = d \quad \pi_d \quad (2.4a)$$

$$g_j \leq \bar{g}_j \quad \text{para } j = 1, \dots, J \quad (2.4b)$$

onde:

- $z$  custo operativo total do sistema
- $\lambda_j$  preço ofertado da energia pela usina  $j$  (\$/MWh); observa-se que o preço horário de um gerador pode ser *distinto* de seu custo operativo *real*, representado por  $c_j$ .
- $g_j$  Energia produzida pelo gerador  $j$  (MWh)
- $\bar{g}_j$  capacidade máxima de geração de  $j$  (MWh)
- $d$  demanda do sistema (MWh)



Observa-se que o despacho (2.4) com base em ofertas de preço pela energia produzida é um problema de otimização semelhante ao despacho de mínimo custo descrito na seção (2.1), e com metodologia de resolução análoga.

Este esquema possui a estrutura semelhante ao de um leilão: os geradores fazem ofertas de preços pela energia produzida e são despachados em ordem crescente de ofertas até toda a demanda ser atendida. A oferta realizada pelo último gerador despachado determina o custo marginal do sistema ou preço *spot*.

A suposição básica pela opção por este esquema de ofertas de preços é a da existência de competição entre os geradores e que esta competição pela geração da energia *induz* naturalmente estes geradores a ofertarem *igual a seus custos de geração*, quando então ter-se-ia um despacho equivalente ao despacho de mínimo custo. Entretanto, existe a possibilidade de que os preços ofertados pelos geradores sejam muito maiores que seus custos reais de operação, e desta forma, ocorra o exercício de poder de mercado. Isto será analisado a seguir.

### 2.5.1. Estratégia de Ofertas de um Gerador – Caso Determinístico

Como discutido anteriormente, cada usina recebe uma remuneração dada pelo produto do preço *spot* do sistema por sua produção energética. A remuneração *spot* líquida de cada usina, representada por  $R_j$ , corresponde à diferença entre esta remuneração *spot* bruta e o custo operativo da usina:

$$R_j = (\pi_d - c_j) \times g_j \quad \text{para } j = 1, \dots, J$$

Assim como no problema de despacho (2.1), é possível determinar por inspeção a oferta ótima que um gerador deve fazer para maximizar sua remuneração *spot*.

Sendo  $c_j$ ,  $\lambda_j$  e  $\pi_d$  respectivamente o custo de operação do gerador, sua oferta e o preço *spot*, as combinações de possíveis ofertas e seus respectivos resultados são:

Preço spot → estratégia de oferta ↓	$\pi_d < c_j$	$c_j < \pi_d < \lambda_j$	$\pi_d = \lambda_j$	$\lambda_j < \pi_d$
$\lambda_j = c_j$	Não é despachado; $R_j = 0$	Inteira-mente despachado; $R_j = (\pi_d - c_j) \times \bar{g}_j$	Gerador marginal $R_j = 0$	Inteira-mente despachado; $R_j = (\pi_d - c_j) \times \bar{g}_j$
$\lambda_j > c_j$	Não é despachado; $R_j = 0$	Não é despachado quando poderia ter sido. Deixa de ganhar $(\pi_d - c_j) \times \bar{g}_j$	Gerador marginal $R_j = (\lambda_j - c_j) \times g_j$	Inteira-mente despachado; $R_j = (\pi_d - c_j) \times \bar{g}_j$

A primeira coluna mostra as duas estratégias de ofertas de preços:

- a) Preço igual ao custo

b) Preço maior que o custo<sup>3</sup>

As colunas seguintes mostram os possíveis cenários de preços *spot* e os retornos correspondentes em termos de renda líquida.

No primeiro cenário, o preço *spot* do sistema é menor que o custo operativo da térmica e portanto a mesma não será despachada sob nenhuma estratégia. No segundo cenário, o preço *spot* encontra-se entre o custo da térmica e o preço ofertado. Neste caso, a estratégia (a) resulta em renda líquida para o gerador enquanto a estratégia (b) resulta em uma renda líquida nula. No terceiro cenário, o gerador é o marginal. Neste caso, a estratégia (a) leva a nenhuma renda líquida enquanto a (b) produz renda líquida. Finalmente, no último cenário – o preço *spot* excede a oferta realizada e o custo da térmica – ambas estratégias levam a rendas iguais.

Portanto, em mercados competitivos que adotam o sistema de pagamento *spot*, observa-se que se um gerador oferta muito acima de seu custo de produção, corre o risco de não ser despachado sendo substituído por geradores mais baratos. Motivado pela competição, este gerador é induzido a ofertar seu real custo de produção. Com isto ele obteria lucro (o que contribui para recuperar seus custos fixos e de investimentos) sempre que estivesse despachado e não fosse o marginal, e recuperaria seus custos de operação caso estivesse despachado e fosse o marginal.

Entretanto, se o gerador possuir a capacidade de controlar o preço *spot* (no caso de ser o marginal do sistema), a estratégia de oferta ótima para este gerador é ofertar o maior valor possível, mas sem realizar uma oferta que exceda a oferta realizada pelo gerador imediatamente mais caro (neste caso ele seria deslocado por este último).

Neste cenário pode haver um comportamento estratégico deste gerador, de forma a elevar seus lucros controlando o custo marginal do sistema e exercendo desta forma poder de mercado, que é o objetivo de análise desta tese.

Um aspecto crucial [23] num esquema de despacho por ofertas é a presença de um Agente Regulador do Sistema, que deve evitar preços *spot* abusivos, em função do poder de mercado exercido por um ou mais agentes (em outras palavras, evitar que os preços ofertados sejam muito maiores que os custos reais de operação).

O poder de mercado em sistemas puramente térmicos encontra-se analisado em [23]. Nesta tese será analisado o poder de mercado exercido por usinas hidroelétricas em sistemas hidrotérmicos com despacho baseado em ofertas.

---

<sup>3</sup> A menos de práticas de *dumping*, não há vantagens em ofertar preços menores que o custo operativo da usina.

### 3. ANÁLISE DO COMPORTAMENTO ESTRATÉGICO

Neste capítulo é apresentado o problema de manipulação de mercado em mercados elétricos desregulados. Introduce-se o conceito de poder de mercado e da metodologia tradicional para identifica-lo e analisá-lo. Em seguida apresenta-se a metodologia adotada nesta tese para identificar o exercício de poder de mercado e, por fim, é feita uma revisão bibliográfica sobre o assunto em sistemas térmicos e hidrotérmicos.

#### 3.1. Introdução

Uma empresa produtora em um mercado qualquer possui *poder de mercado* caso tenha a capacidade de afetar o preço deste mercado independentemente das decisões tomadas pelos demais participantes<sup>4</sup>, seja afetando a produção total deste mercado ou através dos preços a que oferta sua produção. Isto implica que uma empresa com poder de mercado pode, quase unilateralmente, alterar os resultados deste mercado e, em consequência, afetar o desenvolvimento econômico do mesmo e de seus preços.

No setor elétrico, o principal objetivo do exercício de poder de mercado é o aumento do preço *spot* e, portanto, da remuneração das usinas no Mercado Atacadista de Energia, sendo a principal consequência de seu exercício a elevação dos custos operativos do sistema e dos preços finais pagos pelos consumidores.

Apesar do objetivo de análise desta tese ser o exercício de poder de mercado no setor de geração, o sistema de transmissão também apresenta potencial para o exercício de poder de mercado em mercados elétricos competitivos. Mesmo um agente que não possua uma linha de transmissão poderia elevar a produção de energia de suas usinas com o objetivo de criar congestão no sistema de transmissão, desta forma restringindo a importação de energia, e consequentemente limitando a competição. Para uma abordagem detalhada, consultar as referências [12,13].

#### 3.2. Poder de Mercado Horizontal e Vertical

A literatura econômica identifica dois tipos de poder de mercado: horizontal e vertical. O poder de mercado horizontal é exercido quando um agente consegue afetar o preço do mercado através de sua participação em uma única atividade da cadeia de produção, como por exemplo o setor de geração, onde este agente ou possui uma grande participação na capacidade total do sistema ou exerce comportamento estratégico para afetar o preço do mercado.

O poder de mercado vertical é exercido quando um agente participa em duas ou mais atividades relacionadas, como por exemplo uma participação nos setores de geração e transmissão, e usa a sua atuação em um setor para afetar o preço do mercado e elevar os lucros totais da empresa.

---

<sup>4</sup> O poder de mercado pode ser exercido por uma única empresa de forma independente ou por duas ou mais empresas agindo simultaneamente. Empresas podem exercer poder de mercado simultaneamente, mas de forma independente uma das outras, ou podem formar uma *coalizão* [7] com o objetivo de determinar conjuntamente as suas produções. No entanto nesta tese estaremos analisando o comportamento individual dos agentes, sem considerar a formação de coalizões. Uma análise sobre formação de coalizões é realizada no Apêndice B.

Preocupações com o exercício de poder de mercado vertical no setor elétrico já são de comum entendimento e mecanismos para minimiza-lo, como por exemplo a operação independente e neutra do sistema de transmissão, são amplamente aceitos e adotados.

A ênfase desta tese é a análise do poder de mercado horizontal<sup>5</sup>, mostrando como indentifica-lo e ressaltando sua importância para o setor elétrico.

### 3.3. Medida de Intensidade do Comportamento Estratégico

A principal medida de intensidade do exercício de poder de mercado é o índice Preço-Custo ou *Índice de Lerner*, que mede o grau em que os preços atuais diferem dos preços que seriam praticados caso este mesmo mercado fosse "perfeitamente" competitivo.

Matematicamente, o Índice de Lerner é definido como:

$$IL = \frac{P - MC}{MC} \times 100\%$$

onde:

P = representa o preço atual praticado no mercado;  
MC = representa o preço obtido caso este mercado fosse "perfeitamente" competitivo. Normalmente este valor é estimado como o custo marginal de produção dos agentes.

Por exemplo, em um mercado de um produto X onde há apenas 2 agentes produtores com custos de produção de \$20/unidade, sendo o preço praticado atualmente no mercado de \$30/unidade, o índice de Lerner seria de :

$$IL = \frac{30 - 20}{20} \times 100\% = 50\%$$

Ou seja, o pode-se afirmar que o preço atual está 50% mais elevado do que o praticado caso este mercado fosse "perfeitamente" competitivo.

### 3.4. Enfoque Tradicional de Análise: Índices de Concentração

A maneira tradicional de analisar o poder de mercado em diversas indústrias tem sido através do uso de *índices de concentração*, sendo o mais utilizado o Índice de Hirschmann-Herfindahl ou HHI. No entanto, esta metodologia de análise tem sido bastante criticada no contexto de mercados de eletricidade [10,47].

O HHI simplesmente quantifica a concentração para um mercado de um produto. Matematicamente, o HHI é calculado pela seguinte expressão:

---

<sup>5</sup> A partir deste ponto, nesta dissertação, o termo poder de mercado (ou comportamento estratégico) refere-se ao exercício de poder de mercado horizontal.

$$HHI = \sum_{i=1}^N S_i^2$$

e onde  $S_i$  é a “fatia” (% de participação total) da empresa  $i$  no mercado (considerando  $N$  empresas), sendo  $\sum_{i=1}^N S_i = 100\%$ .

Conforme estipulado pela FERC<sup>6</sup>, um mercado é dito “não concentrado” caso seu HHI<sup>7</sup> seja menor que 1000, “moderadamente concentrado” caso o HHI esteja entre 1000 e 1800 e é dito “altamente concentrado” se seu HHI é maior que 1800. Entretanto, não há evidências teóricas ou empíricas da eficiência destes valores como parâmetros, ou seja, HHIs de 1000 e 1800 são números ainda sem significado empírico [17].

A principal hipótese na qual se baseia o HHI é a de que o poder de mercado está diretamente relacionado ao grau de concentração deste mercado. Embora o nível de concentração das empresas esteja muitas vezes correlacionado com a manipulação de mercado, isto não ocorre sempre.

O HHI é um índice estático que não captura os efeitos dinâmicos presentes nos produtores em mercados de eletricidade, como, por exemplo, a escolha de estratégia de ofertas dos produtores e a consequente capacidade destes de alterar seus padrões de produção em relação aos de um mercado perfeitamente competitivo.

A falha fundamental desta metodologia é não reconhecer que uma empresa, ou um conjunto de empresas, no ato do exercício de poder de mercado, irá alterar sua produção de energia de maneira a afetar o preço do mercado. Além disso, a sua utilização não é capaz de indicar, por exemplo, o comportamento do preço *spot* e das rendas dos agentes em períodos nos quais uma empresa estrategicamente altera sua produção.

Além disso, no uso de medidas de concentração não é incorporado nenhum tipo de informação sobre a elasticidade da demanda, o que pode ser decisivo na análise do poder de mercado. Em mercados onde os consumidores podem escolher não consumir o produto, os produtores não podem elevar demasiadamente os preços sob o risco de terem suas vendas bastante reduzidas. Da mesma forma, uma empresa sabendo que seu produto é absolutamente necessário ao consumo pode elevar os preços de maneira abusiva.

Índices de concentração como o HHI são medidas bastante simples para capturar a natureza dinâmica dos mercados de eletricidade e o comportamento simultâneo de todos os agentes; quando utilizado para a análise de manipulação de preços nestes mercados.

---

<sup>6</sup> Federal Energy Regulatory Commission - órgão americano com atribuições análogas à ANEEL [44].

<sup>7</sup> O HHI varia de 0 (caso de muitos agentes no mercado, cada agente com participação mínima) a 10000 (quando há um único agente no mercado, com 100% de participação – caso de um monopólio).

### 3.5. Enfoque Proposto: Simulação do Comportamento Estratégico

A abordagem que é sugerida nesta tese para detectar e analisar o poder de mercado consiste em um modelo de oligopólio, baseado em teoria dos jogos, que simule o comportamento estratégico das empresas no mercado através de um jogo não cooperativo. A utilização deste tipo de modelo permite que se avalie com precisão o impacto do comportamento estratégico dos agentes no preço do sistema, rendas entre outras variáveis de interesse. Além disso, neste modelo de simulação o poder de mercado pode ser avaliado diretamente, ao invés de ser inferido a partir de um índice de concentração simples e estático como o HHI.

Os dois enfoques clássicos para este tipo de análise são [17,19]:

- Competição por preços (*modelo de Bertrand*): os agentes competem ofertando preços e uma predeterminada função inversa da demanda define as quantidades que cada agente venderá no mercado a seus preços ofertados (o agente que ofertou o menor preço é demandado até sua capacidade, se esta é suficiente para o mercado ela atende a demanda total, caso contrário o agente com o segundo menor preço atende o restante e assim sucessivamente).
- Competição por quantidades (*modelo de Cournot*): os agentes tomam decisões de quantidades de produção e uma predeterminada função inversa da demanda define de modo direto o preço do mercado através da oferta total dos agentes.

De acordo com [4], o enfoque de Bertrand é mais adequado para análise de oportunidades de curto prazo, e o de Cournot, para modelos de medio-longo prazo. Uma análise recente do problema baseado em jogos de Bertrand foi apresentada por Kelman em [23]. O enfoque adotado nesta tese é o de Cournot, onde as usinas estratégicas (hidroelétricas) competem por ofertas de quantidade de energia produzida.

Em ambos os casos, competição de Bertrand ou Cournot, o mecanismo de mercado é simulado através de um jogo: a primeira empresa estratégica escolhe seu preço (ou quantidade a produzir) de forma a maximizar seu lucro, assumindo como conhecidas as decisões das demais. O processo é repetido para a cada empresa, que “refaz” sua decisão baseada agora nas decisões atualizadas das demais, até se alcançar uma situação de equilíbrio de Nash, onde nenhuma empresa consegue elevar seus lucros dadas as quantidades ofertadas pelas demais.

### 3.6. Revisão Bibliográfica

Diversos trabalhos têm sido escritos nos últimos anos sobre os riscos de manipulação de mercado no setor de geração de energia elétrica, principalmente para sistemas térmicos. A preocupação com a manipulação de mercado nestes sistemas e o número de estudos feitos na área aumentou consideravelmente com o *boom* dos processos de privatização e reestruturação discutidos na introdução, principalmente com a reestruturação do setor elétrico na Inglaterra em 1990 e do mercado de energia da Califórnia em 1997.

Como já mencionado, Kelman em [23] faz uma análise do problema de manipulação de mercado em sistemas térmicos baseado em equilíbrio de Nash-Bertrand.

Green & Newbery [20] demonstram preocupação com o risco de ocorrência de manipulação de mercado em mercados já reestruturados. Eles simularam o mecanismo de ofertas do mercado inglês e concluíram que existe competição quase perfeita ao se dividir a capacidade de geração total da Inglaterra em 5 empresas de mesma capacidade. Com apenas dois competidores (Powergen e National Power), não há possibilidade de o mercado da Inglaterra ser competitivo.

Wolfram [46] também examinou o comportamento estratégico das empresas Powergen e National Power no mercado inglês. Utilizando dados de custos de combustíveis e *heat rates* ela estimou o que seriam os custos marginais de produção da energia para o sistema e os comparou com os preços spot obtidos no *pool* inglês. Wolfram estimou que, de 1992 a 1994, os preços praticados no mercado foram de 19% a 25% mais elevados que os custos marginais por ela estimados.

Weiss [43] comenta que mercados nos quais tanto os fornecedores (produtores de energia) como os consumidores (demanda) são capazes de fazer ofertas pela energia elétrica<sup>8</sup> (mercados *bilaterais*) os riscos de manipulação de mercado são muito menores que em mercados unilaterais, ou seja, em que só os produtores fazem ofertas.

Muitos trabalhos recentemente realizados com a proposta de representar as ações dos agentes no estudo do poder de mercado que têm surgido na literatura utilizam a metodologia de equilíbrio de curvas de oferta e demanda. Esta metodologia, inicialmente desenvolvida por Klemperer e Meyer [25], foi bastante utilizada na análise de sistemas térmicos, como o mercado inglês [20,21].

Apesar de existir uma grande quantidade de trabalhos sobre o tema de poder de mercado em sistemas térmicos, o mesmo não se pode dizer sobre a investigação técnica do poder de mercado em sistemas hidrotérmicos – um tema de interesse para países com este perfil de produção de energia, como é o caso do Brasil.

O tema da estratégia de maximização de lucros e a capacidade de manipulação de preços por usinas hidroelétricas é abordado por Bushnell em [14]. Neste trabalho, o autor investiga o mercado de energia da região oeste dos EUA. Um modelo analítico é desenvolvido para se derivar o equilíbrio de um jogo não cooperativo entre os agentes. São consideradas 3 empresas estratégicas (*price makers*), a saber, BPA, PG&E e SCE sendo as demais não estratégicas (*price takers*). A empresa BPA (Bonneville Power Administration) tem a capacidade de utilizar seus estoques de água para produzir a energia nos patamares fora de pico diminuindo sua geração nas horas de pico, aproveitando-se da congestão nas linhas de transmissão dos sistemas exportadores vizinhos, e dessa forma induzindo um aumento do preço da energia. No mesmo trabalho o autor afirma que a BPA não tem usado este poder (talvez por ser uma empresa estatal e estar presa a hábitos e valores mais conservadores).

Borenstein e Bushnell em [9] analisam detalhadamente o potencial para poder de mercado na Califórnia. Neste trabalho, os autores simulam o comportamento do

---

<sup>8</sup> Neste contexto uma oferta é caracterizada pelo par {quantidade de energia demandada / gerada (MWh) ; preço a ser pago / vendido por esta energia (\$/MWh)}

mercado após a desregulamentação através de um modelo de Cournot. Eles concluem que, considerando principalmente as restrições de transmissão entre o norte e o sul da Califórnia, existe a possibilidade de manipulação de mercado pelas usinas hidroelétricas nas horas em que a demanda é elevada. É argumentado que talvez seja mais benéfico investir em tecnologias que permitam aumentar a elasticidade da demanda do que investir na reestruturação do mercado de forma a diminuir a concentração do mesmo.

A falta de eficiência de modelos baseados em índices de concentração como ferramentas para medida de poder de mercado em mercados de eletricidade é discutida em [10]. Neste trabalho, os autores sugerem modelos baseados em teoria dos jogos, onde o comportamento individual de cada agente no mercado pode ser incluído nas simulações que são realizadas para análise de manipulação de mercado. Vale lembrar que este será o modelo adotado nesta tese.

Em [3] é discutido o problema de manipulação de mercado e comportamento estratégico nos mercados desregulados da Califórnia, Inglaterra, e no mercado dos países Nórdicos (Nord Pool).

A simulação da operação de uma usina em um ambiente descentralizado para o sistema da Nova Zelândia, através de técnicas de programação dinâmica dual, é feita em [41].

Esta tese apresenta um procedimento para detectar poder de mercado em sistemas hidrotérmicos descentralizados baseado na simulação das ofertas dos agentes estratégicos através de um jogo não cooperativo, seguindo um enfoque similar ao proposto em [9] e [10]. Os resultados são comparados com os obtidos em um despacho centralizado de mínimo custo, quando então pode-se analisar o efeito do comportamento estratégico. Além disso, também apresenta-se nesta tese um estudo de medidas mitigatórias para minimizar a manipulação de mercado.



## 4. COMPORTAMENTO ESTRATÉGICO EM SISTEMAS DESACOPLADOS NO TEMPO

Neste capítulo será estudada de maneira analítica o equilíbrio de Nash em um mercado baseado em ofertas com modelos de Cournot (ofertas de quantidade).

### 4.1. Produtores Estratégicos e Dependentes

A primeira etapa na modelagem deste mercado é considerar um conjunto de  $N$  produtores estratégicos com capacidade de ajustar suas ofertas de maneira a aumentar o preço do mercado, chamados de produtores estratégicos ou *price makers*. É assumido por hipótese que cada um destes produtores possui um custo operativo variável  $c(i)$  dado por uma função de custos linear  $C_i(E(i)) = c(i)E(i)$ ,  $i = 1, \dots, N$ ; dependente da sua quantidade produzida  $E(i)$ .

Existe um conjunto adicional de  $M$  produtores dependentes, ou *price takers*, que não possuem poder de influenciar o preço do mercado. A hipótese básica assumida aqui é que o custo operativo destes produtores é uma função quadrática  $\delta(O)$  de sua oferta total<sup>9</sup>:

$$\delta(O) = \frac{(O)^2}{2\alpha} \quad (4.1)$$

( $O$  é a oferta total destes *price takers*,  $\alpha$  é um parâmetro escalar<sup>10</sup>).

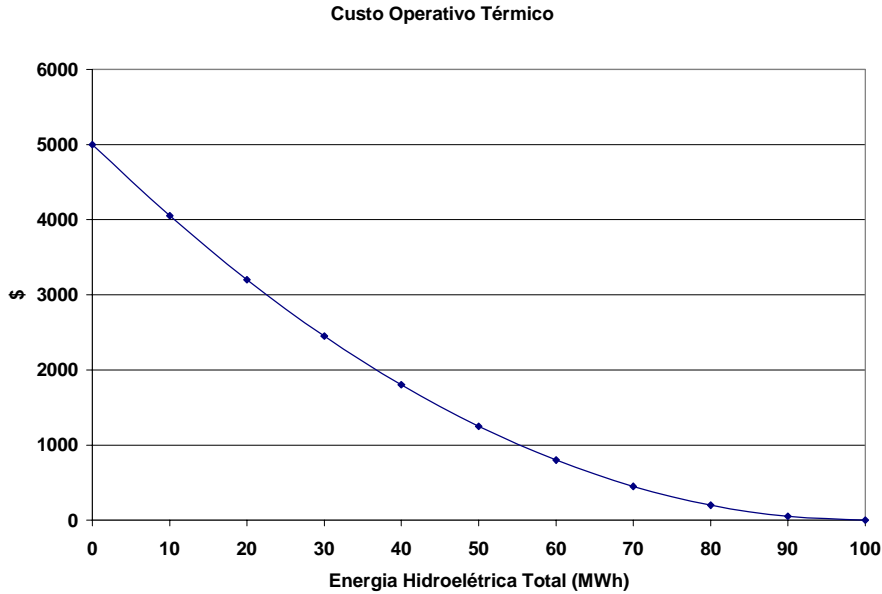
A oferta  $O$  destes produtores é dada pela diferença entre a demanda  $D$  do sistema e a energia total  $Q$  produzida pelos produtores estratégicos.

Considerando os produtores estratégico como sendo usinas hidrelétricas e os produtores dependentes como sendo usinas térmicas, a figura abaixo ilustra o custo operativo térmico em função da energia hidrelétrica total produzida. Os parâmetros utilizados foram  $D = 100$  MWh,  $\alpha = 1$ :

---

<sup>9</sup> Uma melhor aproximação para esta função seria uma quadrática do tipo  $\delta(O) = \frac{(O)^2}{2\alpha} + bO$ , onde o custo marginal quando a oferta dos produtores estratégicos cobrisse totalmente a demanda corresponderia ao custo do primeiro produtor dependente. Entretanto, por simplicidade, será utilizada a função (4.1) no desenvolvimento a seguir. Esta simplificação não interfere nas análises do capítulo.

<sup>10</sup> Algumas considerações sobre este parâmetro  $\alpha$  encontram-se no anexo A. No entanto, estas considerações não interferem no desenvolvimento a ser realizado a seguir.



**Figura 4.1 – Custo Operativo Térmico**

Partindo da hipótese anterior, pode-se reescrever a oferta  $O$  total destes produtores como uma função linear do preço do mercado  $p$ . Para tanto, considere a variação marginal do custo operativo térmico para um preço do mercado  $p$  dada por:

$$\frac{\partial \delta(O)}{\partial O} = p \Rightarrow 2O = 2\alpha p$$

Ou seja,  $O(p) = \alpha.p$ . Para um determinado preço  $p$ , a oferta destes produtores é  $O(p)$ .

Seja  $D$  a demanda total do sistema (considerada inelástica). A *demand residual*, destinada aos produtores estratégicos é:

$$D(p) = D - O(p), \tag{4.2}$$

Considerando  $O(p) = \alpha p$ , então, em (4.2), temos:

$$D(p) = D - \alpha p \tag{4.3}$$

Seja  $E(i)$  a oferta do produtor estratégico  $i$ ,  $i=1, \dots, N$ .

Seja  $Q = E(1) + \dots + E(N)$  a produção conjunta destes  $N$  produtores estratégicos. Esta produção define, de maneira indireta  $p$ , o preço do mercado:

$$D(p) = D - \alpha.p = Q$$

Logo,

$$p(Q) = \frac{D - Q}{\alpha} = \frac{D - \sum_{k=1}^N E(k)}{\alpha} \tag{4.4}$$

## 4.2. Determinação da Produção Ótima

A remuneração de um produtor estratégico  $i$ , dadas as quantidades de energia produzidas por seus  $N-1$  competidores, é:

$$R(i) = p(Q) E(i) - c(i) \cdot E(i) \quad (\forall i = 1, 2, \dots, N) \quad (4.5)$$

A quantidade de energia  $E^*(i)$  que maximiza o lucro de cada produtor  $i$  é obtida derivando-se a expressão (4.5) com respeito à quantidade produzida e igualando a zero:

$$\frac{\partial R(i)}{\partial E(i)} = 0 \quad \forall i = 1, 2, \dots, N \quad (4.6)$$

Desta forma, temos:

$$\frac{\partial R(i)}{\partial E(i)} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial}{\partial E} \left( \frac{(D - \sum_{k=1}^N E(k)) E(i)}{\alpha} - c(i) E(i) \right) = 0$$

$$\frac{D - E(i) - \sum_{k \neq i} E(k)}{\alpha} - \frac{E(i)}{\alpha} - c(i) = 0$$

$$2E(i) + \sum_{k \neq i} E(k) = D - \alpha \cdot c(i) \quad \forall i = 1, 2, \dots, N \quad (4.7)$$

## 4.3. Equilíbrio de Nash-Cournot

No equilíbrio de Nash-Cournot, a quantidade ótima de energia produzida por cada produtor,  $E^*(i)$  ( $\forall i = 1, 2, \dots, N$ ) será tal que maximize seu lucro assumindo como conhecidas as produções dos outros competidores. Em outras palavras,  $E^*(1), \dots, E^*(N)$  devem satisfazer:

$$E^*(i) = \arg \max_E [p(Q) \cdot E(i) - c(i) \cdot E(i)] \quad (\forall i = 1, 2, \dots, N) \quad (4.8)$$

Substituindo a expressão (4.7) em (4.8), obtém-se um sistema linear com  $N$  equações e  $N$  incógnitas. A solução deste sistema proporciona o equilíbrio de Nash-Cournot, em que nenhum agente pode alterar sua estratégia pois isto diminuiria sua remuneração e supondo que não há restrições de produção para nenhum agente.

Matricialmente, o conjunto de equações (4.8) pode ser escrito como:

$$\mathbf{M} \mathbf{E} = \mathbf{R}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & \dots \\ 1 & 2 & 1 & \dots \\ \dots & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E(1) \\ E(2) \\ \dots \\ E(N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D - \alpha.c(1) \\ D - \alpha.c(2) \\ \dots \\ D - \alpha.c(N) \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

Devido à estrutura de  $\mathbf{M}$ , a matriz inversa  $\mathbf{M}^{-1}$  será composta por dois tipos de valor: os da diagonal e os de fora da diagonal. Chamemos  $\lambda$  as componentes de  $\mathbf{M}^{-1}$  pertencentes à diagonal e  $\mu$  os elementos fora da diagonal. Sendo  $\mathbf{M} \cdot \mathbf{M}^{-1} = \mathbf{I}$ , podemos fazer:

Primeira linha de  $\mathbf{M}$  com primeira coluna de  $\mathbf{M}^{-1}$  :

$$2\lambda + (N-1)\mu = 1 \quad (4.10)$$

Primeira linha de  $\mathbf{M}$  com segunda coluna de  $\mathbf{M}^{-1}$  :

$$2\mu + \lambda + (N-2)\mu = 0 \quad (4.11)$$

Organizando-se os termos de (4.11), chega-se a:

$$\lambda = -N\mu \quad (4.12)$$

Substituindo (4.12) em (4.10), obtém-se:

$$-2N\mu + (N-1)\mu = 1$$

$$\mu = -\frac{1}{N+1} \quad (4.13)$$

$$\lambda = -N\mu = \frac{N}{N+1} \quad (4.14)$$

Portanto, a quantidade de energia produzida por cada produtor estratégico na situação de equilíbrio é dada pela multiplicação dos elementos das matrizes  $\mathbf{M}^{-1}$  e  $\mathbf{R}$ :

$$\mathbf{E}^* = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{R}$$

$$\begin{bmatrix} E^*(1) \\ E^*(2) \\ \vdots \\ E^*(N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda & \mu & \dots & \mu \\ \mu & \lambda & \ddots & \mu \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \mu & \mu & \dots & \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D - \alpha.c(1) \\ D - \alpha.c(2) \\ \vdots \\ D - \alpha.c(N) \end{bmatrix}$$

Cada linha da matriz  $\mathbf{M}^{-1}$  possui o valor  $\lambda$  na posição da diagonal e  $(N-1)\mu$ 's fora da diagonal. Resolvendo o produto entre os elementos das matrizes  $\mathbf{M}^{-1}$  e  $\mathbf{R}$  obtemos a energia produzida por cada usina:

$$E^*(i) = \lambda(D - \alpha.c(i)) + (N-1)\mu D - \alpha\mu \sum_{k \neq i} c(k)$$

Substituindo-se os valores de  $\mu$  (expressão 4.12) e  $\lambda$  (expressão 4.13) na equação acima, tem-se:

$$E^*(i) = \left(\frac{N}{N+1}\right) \left(D - \alpha.c(i)\right) + (N-1) \left(-\frac{1}{N+1}\right) D - \alpha \left(-\frac{1}{N+1}\right) \sum_{k \neq i} c(k)$$

$$E^*(i) = \frac{D - N\alpha c(i) + \alpha \sum_{k \neq i} c(k)}{N+1} \quad (4.15)$$

A quantidade total  $Q_e$  produzida pelos produtores estratégicos na posição de equilíbrio é obtida através da soma de todas as quantidades  $E^*(i)$  determinadas na expressão (4.15):

$$Q_e = \sum_{k=1}^N E^*(k) = \left(\frac{N}{N+1}\right) D - \left(\frac{\alpha \sum_{k=1}^N c(k)}{N+1}\right) \quad (4.16)$$

#### 4.3.1. Custos Marginais

Substituindo-se a expressão (4.16) - que fornece a energia total produzida pelos agentes estratégicos - na expressão (4.4) - que fornece o preço do mercado - chega-se à seguinte expressão:

$$p(N) = \frac{(N+1)D - ND + \alpha \sum_{k=1}^N c(k)}{\alpha(N+1)} = \frac{D + \alpha \sum_{k=1}^N c(k)}{\alpha(N+1)} \quad (4.17)$$

Portanto o custo marginal do sistema  $p(N)$ , no equilíbrio, é uma função das seguintes variáveis: demanda  $D$ , parâmetro  $\alpha$ , número  $N$  de produtores estratégicos e custo operativo de cada produtor  $i$ .

#### 4.3.2. Remuneração Líquida na Situação de Equilíbrio

Multiplicando-se a expressão (4.15) - energia produzida pelo produtor estratégico  $i$  - pela (4.17) - custo marginal do sistema - e subtraindo-se o produto do custo de produção deste produtor  $i$  pela quantidade produzida, obtém-se a remuneração líquida de cada produtor estratégico na situação de equilíbrio:

$$R^*(i) = E^*(i) p(N) - E^*(i)c_i$$

No caso particular de todos os agentes possuírem custos  $c$  iguais, pode-se escrever:

$$R^*(i) = \left( \frac{D - \alpha c}{N + 1} \right) \left( \frac{D + \alpha N c}{\alpha(N + 1)} \right) - \left( \frac{D - \alpha c}{N + 1} \right) c$$

Desenvolvendo a expressão anterior, obtém-se:

$$R^*(i) = \frac{(D - \alpha c)^2}{\alpha(N + 1)^2} \quad (4.18)$$

A remuneração total então é dada por:

$$R_{total}^* = N R^*(i)$$

$$R_{total}^* = \frac{N}{(N + 1)^2} \left( \frac{(D - \alpha c)^2}{\alpha} \right)$$

#### 4.4. Solução de Mínimo Custo

Seja  $Q_c$  a produção total dos  $N$  agentes estratégicos de forma a minimizar os custos totais. A solução de mínimo custo consiste em determinar  $Q_c$  de modo a minimizar o custo operativo dos agentes *price takers* mais o custo de operação dos agentes *price makers*. Para o sistema, pode-se pensar em um único custo  $c$  que reflita o custo médio de produção total dos produtores estratégicos.

$$\text{Naturalmente, } c = \frac{\sum_{i=1}^N c(i)E(i)}{\sum_{i=1}^N E(i)}$$

O problema de mínimo custo resulta da solução do seguinte problema de otimização:

$$Z = \text{Min} \left[ \frac{(D - Q)^2}{2\alpha} + cQ \right] \quad (4.19)$$

Para determinar a quantidade total produzida tal que o custo seja o mínimo, basta diferenciar a função objetivo em (4.19) em relação à quantidade total produzida  $Q$  e igualar a expressão à zero.

$$\text{Condição para ponto de mínimo custo : } \frac{\partial Z}{\partial Q} = 0$$

Temos então:

$$Q_c = D - \alpha c \quad (4.20)$$

A quantidade ótima produzida por cada um dos  $N$  agentes é:

$$E_{\min}^*(i) = \frac{Q_c}{N} = \frac{(D - \alpha c)}{N} \quad (4.21)$$

O custo marginal seria dado por:

$$p_c = \frac{D - Q_c}{\alpha} = \frac{D - (D - \alpha c)}{\alpha} = \frac{\alpha c}{\alpha} = c \quad (4.22)$$

Ou seja, o preço do mercado seria dado pelo custo marginal  $c$  dos produtores estratégicos.

A seguir será apresentado um caso exemplo onde mostrar-se-á as principais diferenças entre as expressões obtidas analiticamente para a produção total, preço do mercado e remuneração das usinas estratégicas obtidas anteriormente para os despachos baseado em ofertas e de mínimo custo.

## 4.5. Caso Exemplo

A aplicação dos conceitos discutidos anteriormente será ilustrada através de um exemplo para uma dada etapa onde tem-se  $N$  usinas hidroelétricas estratégicas *price makers*, uma demanda de 100 MWh e custos de \$20/MWh por usina estratégica. Há também um outro conjunto de usinas térmicas não estratégicas *price takers*, cuja produção agregada é dada pelo preço através da função de oferta anteriormente descrita. Estes produtores atendem toda a demanda na ausência de geração dos produtores estratégicos. A análise a seguir compara o comportamento resultante de um esquema de mínimo custo com o de um despacho baseado em ofertas (equilíbrio de Nash-Cournot).

### 4.5.1. Soluções de Equilíbrio e de Mínimo Custo

Considerando todos os agentes estratégicos possuindo custos  $c$  idênticos, então, a partir de (4.15), verifica-se que a quantidade de energia produzida por cada usina hidroelétrica de forma a maximizar seu lucro é dada por:

$$E^*(i) = \left( \frac{1}{N+1} \right) (D - \alpha c) \quad (4.23)$$

Na solução de mínimo custo, esta quantidade é dada por

$$E_{\min}^*(i) = \left( \frac{1}{N} \right) (D - \alpha c) \quad (4.24)$$

Nota-se que  $E^*(i) < E_{\min}^*(i)$ , ou seja, em um ambiente competitivo de fato predomina o interesse em reduzir a oferta de energia para provocar um aumento no preço do mercado ou preço *spot*.

### 4.5.2. Exemplo Numérico

Considerando um mercado com 3 usinas estratégicas, uma demanda de 100 MWh, parâmetro  $\alpha = 1$  e custos de \$20/MWh por usina, no equilíbrio de Nash-Cournot cada usina produziria, seguindo a relação (4.23):

$$E_1 = E_2 = E_3 = (100 - 3 \times 20 + 2 \times 20) / (3+1) = 20 \text{ MWh}$$

$$Q_e = E_1 + E_2 + E_3 = 60 \text{ MWh.}$$

O preço *spot* seria, a partir de (4.17):

$$p_e = (100 + 3 \times 20) / (3+1) = \$40/\text{MWh}$$

Desta forma, a renda *spot* de cada usina seria dada pelo produto entre a geração e o preço *spot*, ou seja:  $R_1=R_2=R_3=\$800$ .

Assim, o lucro de cada usina no equilíbrio é dado por:  $L_i = R_i - c_i \times E_i$ .



Portanto,  $L_1=L_2=L_3=800-20 \times 20 = \$ 400$ .

Na solução de mínimo custo, a quantidade total produzida seria a partir de (4.21):

$$Q_c = 100 - 20 = 80 \text{ MWh}$$

O preço *spot* seria:

$$p_c = (100 - 80)/1 = 20 \text{ \$/MWh}$$

E as rendas líquidas das usinas seriam nulas, já que todas oferecem energia a seus custos marginais.

Ou seja, observa-se que na solução de equilíbrio a produção energética total  $Q_e$  é menor que a produção de mínimo custo  $Q_c$ , o que leva o preço *spot*  $p_e$  a ser mais elevado que o preço *spot*  $p_c$  de um despacho de mínimo custo.

#### 4.5.3. Energia Total Gerada

A quantidade de energia produzida de forma a minimizar os custos totais é dada por:

$$Q_c = D - \alpha c \tag{4.25}$$

A quantidade de energia total produzida no equilíbrio de Nash-Cournot é dada, a partir de (4.16), por:

$$Q_e = \frac{N}{N+1}(D - \alpha c) = \frac{N}{N+1}(Q_c) \tag{4.26}$$

A quantidade de energia *total* produzida pelas usinas hidroelétricas (estratégicas) na situação de equilíbrio (4.25) é dada por uma fração da quantidade de energia produzida de forma a minimizar os custos operativos (4.26), considerando todas as usinas com custos idênticos. O fator multiplicativo é  $N/(N+1)$ . A tabela 4.1 abaixo resume esta condição:

N	Produção Energética Total (% de $Q_c$ )
1	50
2	67
3	75
5	83
10	91
$\infty$	100

Tabela 4.1 – Produção Energética Total x Número de Usinas

Poderia se imaginar que havendo apenas duas usinas no mercado, seria formado um acordo<sup>11</sup> entre elas e a energia total produzida continuaria sendo  $50\% Q_c$ , pois este seria o ponto de máxima remuneração *total* (caso  $N = 1$ ), como mostra a equação (4.18). Neste caso, cada usina produziria  $25\% Q_c$  e a remuneração total seria dividida entre elas. No entanto, a menos que haja de fato algum acordo para procederem desta maneira, o que se verifica com a presença da segunda hidroelétrica é um *outro* ponto de equilíbrio, agora com a produção energética total sendo  $67\% Q_c$ .

#### 4.5.4. Caso $N \rightarrow \infty$

Observa-se que para  $N \rightarrow \infty$  a expressão (4.26), que indica a quantidade de energia total produzida no equilíbrio, tende a  $(D - \alpha c)$ , ou seja, coincide com a produção energética total (4.25) que minimiza o custo operativo.

Este aspecto está ilustrado na Figura 4.2, que ilustra a geração total em função do número de participantes no mercado.

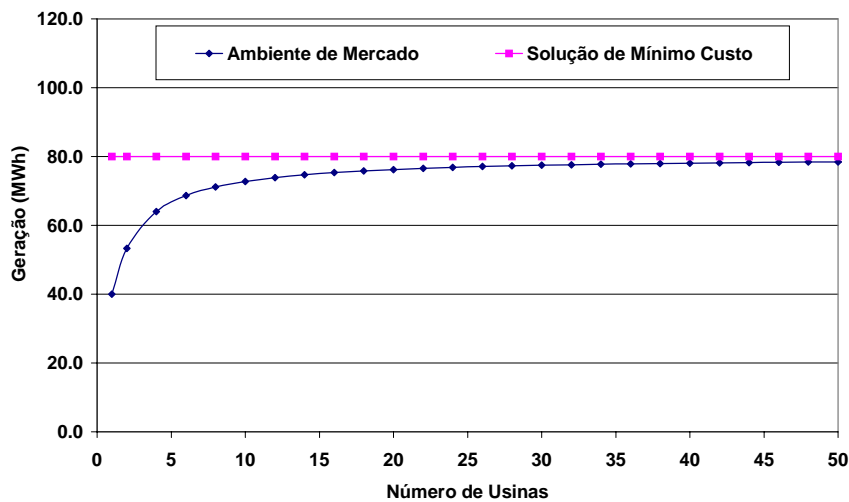


Figura 4.2 – Geração Total x Número de Usinas

Observa-se a partir da figura que a produção num ambiente de mercado é sempre inferior à de mínimo custo, o que indica que os agentes estratégicos estão reduzindo deliberadamente a oferta de energia, com o objetivo de “forçar” um aumento de preços. Também se observa que a produção dos agentes estratégicos aumenta com o número de participantes, aproximando-se do valor de mínimo custo. Isto significa que, como se poderia esperar, o aumento da competição reduz o poder de mercado dos agentes individuais. É interessante observar que a ordem desta convergência é *linear*, fato que está mostrado no Anexo C.

<sup>11</sup> Uma análise de estratégias de cooperação entre agentes *price makers* encontra-se no anexo B. Neste anexo é ilustrada a motivação para a formação de coalizões entre 2 agentes e os riscos causados por “trapaças” (*cheating*) de um dos agentes.

#### 4.5.5. Preço Spot

A figura 4.3 a seguir ilustra o comportamento do preço *spot* em função do número de usinas :

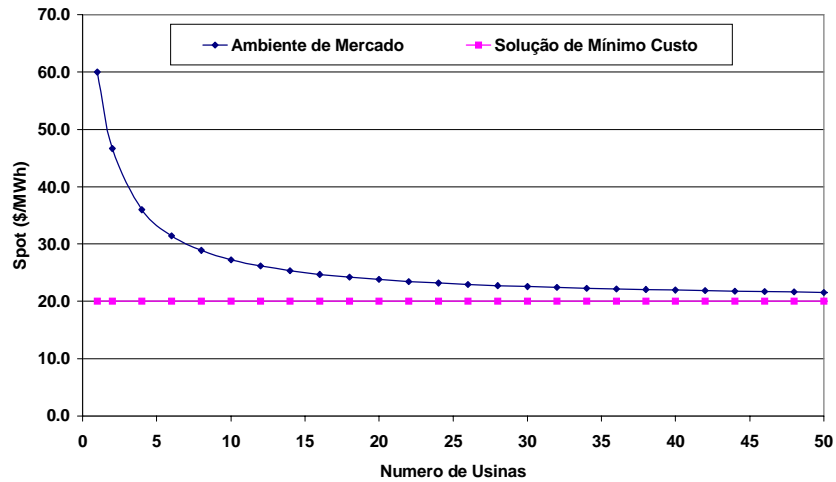


Figura 4.3 – Preço Spot x Número de Usinas

Observa-se que o preço *spot* é cerca de três vezes maior<sup>12</sup> que o de mínimo custo quando há somente um agente estratégico no sistema. Este preço decai rapidamente quando se acrescenta um novo agente a um sistema com poucos agentes, e diminui bem mais lentamente no caso de já haver um grande número de agentes no mercado. Observe que a expressão (4.17) tende à expressão (4.22) - valor de mínimo custo - quando  $N \rightarrow \infty$ . A ordem da convergência da sequência (4.17) para a (4.22) é também linear, como está mostrado no Anexo C.

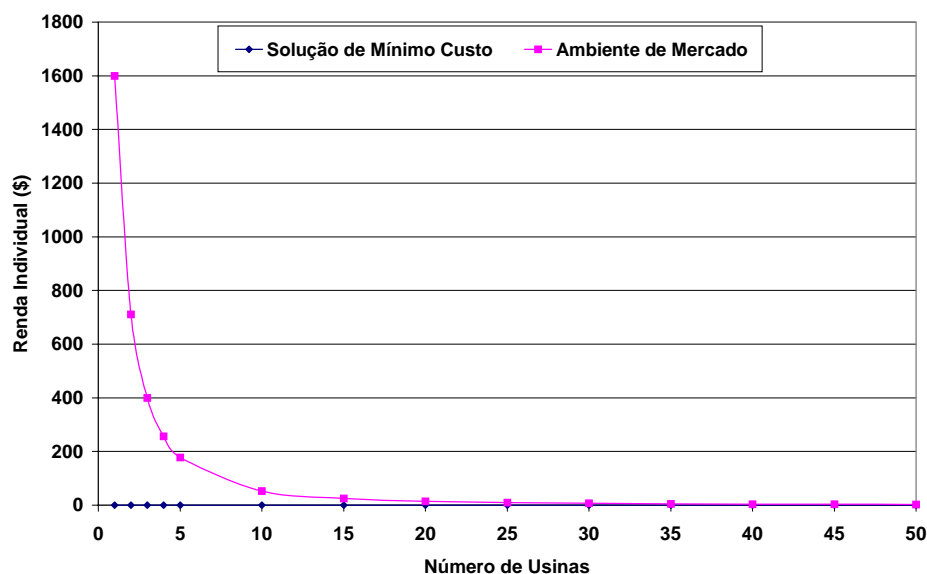
#### 4.5.6. Renda Spot Líquida

A figura 4.4 ilustra os rendimentos líquidos individuais das usinas (diferença entre a renda *spot* e o custo operativo) em função do número de participantes do mercado.

<sup>12</sup> Pode-se utilizar o Índice de Lerner (introduzido no capítulo 3) para observar isto:

$$IL = (P-MC) \times 100\% / MC = (60-20) \times 100\% / 20 = 200\%$$

Ou seja, observa-se que este preço está 200% mais elevado que o praticado em um mercado "perfeito".



**Figura 4.4 – Renda Spot Líquida x Número de Usinas**

Verifica-se que a remuneração *spot* líquida de uma usina estratégica quando ela é a única do mercado é mais que 50% maior que sua remuneração quando existem duas usinas neste mercado. Como esperado, conclui-se que quanto maior o número de participantes menor é a capacidade individual das usinas estratégicas de aumentar seus lucros individuais e menor a diferença entre a remuneração individual destas usinas no despacho de mínimo custo e em ambiente de mercado.

#### 4.5.7. Comparação com Índices de Concentração

No capítulo anterior foi introduzido o conceito de índices de concentração, em particular o HHI, para a análise de poder de mercado. De acordo com este índice, um mercado dividido entre 6 agentes com iguais participações (16.7% de participação para cada agente) teria um HHI igual a 1667 e seria considerado um mercado “moderadamente concentrado”.

Entretanto, a partir da análise de comportamento estratégico realizada neste capítulo, observa-se que para 6 participantes (sem considerar os fatores de participação dos mesmos no mercado e ainda lembrando que têm-se um conjunto de  $M$  usinas *price takers* neste mesmo mercado), o preço *spot* possui um Índice de Lerner<sup>13</sup> de 57%, ou seja, o preço *spot* ainda está 57% mais elevado que o preço “perfeito” (considerando este como sendo o praticado por um despacho de mínimo custo).

Já um mercado dividido entre 10 agentes com iguais participações (10% de participação para cada agente) teria um HHI igual a 1000 e seria considerado através do uso deste índice como um mercado “não concentrado”.

<sup>13</sup> Para 6 agentes, o preço praticado é de \$31.4/MWh e o preço correspondente ao despacho de mínimo custo é de \$20/MWh. Calculando o Índice de Lerner, temos:  
 $IL = (31.4 - 20) \times 100\% / 20 = 57\%$

A partir da análise de comportamento estratégico, utilizando-se o Índice de Lerner, observa-se que para 10 participantes ainda assim ter-se-ia um preço *spot* cerca de 36% mais elevado que o preço “perfeito”.

Estas comparações demonstram que o poder de mercado não necessariamente está correlacionado à concentração de mercado, pois em nenhum momento da análise de comportamento estratégico efetuada foi questionado o fator de participação das usinas no mercado. A avaliação de poder de mercado é uma tarefa bem mais complexa que uma simples medida de concentração através de índices como o HHI. A utilização do HHI não é capaz de capturar as informações que uma simulação de mercado o faz.

Green & Newbery [20] concluíram que existe competição quase perfeita ao se dividir a capacidade de geração *total* da Inglaterra em 5 empresas de mesma capacidade e mesmas participações (%) no mercado, eliminando, portanto, o exercício de poder de mercado. Na Inglaterra, quase 100% da energia é produzida por usinas térmicas. É bom salientar que a privatização neste país basicamente dividiu a competição pela geração em apenas 2 empresas, National Power e Powergen, onde a National Power possuía uma capacidade cerca de 50% maior que a Powergen. Com isto houve grande potencial para manipulação de mercado no sistema inglês por estas duas empresas e o Prof. Littlechild (regulador do sistema) foi forçado a impor um limite superior no lucro total das duas companhias geradoras. O trabalho de Green & Newbery consistiu em simular o mecanismo de ofertas de preços do sistema inglês considerando “equilíbrio de curvas de oferta e demanda” até um equilíbrio de Nash, sugerindo a divisão do sistema total de geração térmica da Inglaterra entre 5 empresas de igual capacidade (ao invés de duas empresas de capacidades diferentes) reduziria a concentração de mercado e levaria o sistema a obter preços mais brandos de energia quando comparados à situação com apenas 2 empresas. Atualmente, a capacidade de geração do sistema inglês encontra-se dividida por um número de empresas bem superior a 5 [48].

#### **4.6. Ofertas fora do Equilíbrio**

O equilíbrio de Nash-Cournot corresponde a um conjunto de estratégias dos competidores tal que a estratégia de oferta de cada competidor é ótima sob a hipótese que os demais manterão suas estratégias fixas, ou seja, nenhum jogador pode se beneficiar mudando sua estratégia dado que os demais mantêm suas respectivas posições.

Nesta seção, será discutido, a partir das expressões analíticas obtidas neste capítulo, o que ocorre caso uma usina estratégica não possa produzir a quantidade de energia correspondente ao equilíbrio, devido, por exemplo, a uma restrição de geração máxima. Será verificado também o caso oposto: quando uma usina estratégica tenta “forçar” uma geração diferente do ponto de equilíbrio.

##### **4.6.1. Caso 1: Restrições de Geração de uma das Usinas**

Considerando um mercado conforme visto no exemplo numérico 4.5.2; com 3 usinas hidroelétricas estratégicas, uma demanda de 100 MWh e custos de \$20/MWh por usina ( $\alpha=1$ ); no equilíbrio de Nash-Cournot cada usina produziria, a partir de (4.15):

$$E_1 = E_2 = E_3 = 20\text{MWh}$$

O preço *spot* seria, a partir de (4.17):  $p = \$40/\text{MWh}$

O lucro de cada usina no equilíbrio é dado, a partir de (4.18), por:  $L_1=L_2=L_3 = \$ 400$ .

Portanto, observa-se que mesmo que as usinas possuam uma capacidade de geração (MWh) maior que 20MWh, a produção ótima que maximiza seus lucros é produzir exatamente 20MWh.

Imaginemos agora que a usina 1 não possa produzir os 20 MWh que ela produziria no equilíbrio devido a uma restrição de geração que a possibilita de produzir no máximo 19 MWh (esta restrição pode ser causada, por exemplo, devido a falha de máquinas na usina ou por más condições hidrológicas). Como consequência, esta usina produziria o máximo possível (19 MWh neste caso), pois é a quantidade que mais se aproxima da determinada pelo equilíbrio de Nash-Cournot e a que tornaria seu lucro o mais elevado possível.

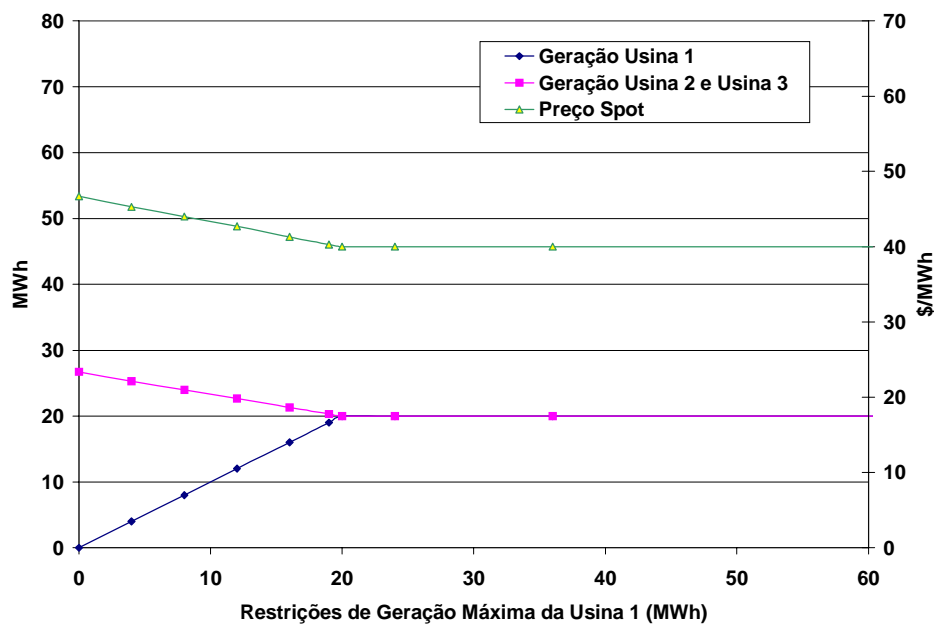
Entretanto, esta restrição de geração da usina 1 é conhecida pelas usinas 2 e 3 e, desta forma, o conhecimento comum desta informação faz com que estas duas usinas determinem suas produções energéticas ótimas através de um equilíbrio de Nash-Cournot entre *apenas* elas (já não mais considerando a usina 1), utilizando a expressão (4.15). Este equilíbrio é obtido não mais considerando-se a demanda original do sistema, mas sim uma demanda residual que corresponde à demanda original decrescida da quantidade que a usina 1 produzirá devido à sua restrição, pois esta usina produzirá tal quantidade independentemente das quantidades produzidas pelas demais usinas. Uma vez determinadas as produções energéticas das 3 usinas, o preço *spot* é determinado através da expressão (4.17) e em seguida as rendas líquidas das usinas através da expressão (4.18).

Este procedimento é ilustrado na tabela 4.2 a seguir, que apresenta o comportamento das usinas 2 e 3 e do preço *spot* em função de diferentes restrições de geração máxima da usina 1 (considerando os dados do exemplo apresentado no início desta seção):

Restrição da Usina 1 (MWh)	Geração da Usina 1 (MWh)	Demanda Residual para Usinas 2 e 3 (MWh)	Geração das Usinas 2 e 3 (MWh)	Preço <i>Spot</i> (\$/MWh)	Lucro da Usina 1 (\$)	Lucro da Usina 2 e 3 (\$)
Maior que 20MWh	20	-	20.0	40.0	400.0	400.0
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
20	20	-	20.0	40.0	400.0	400.0
19	19	81	20.3	40.3	385.7	412.1
10	10	90	23.3	43.4	434.0	545.2
⋮	⋮		⋮	⋮	⋮	⋮
0	0	100	26.7	46.7	0.0	712.9

**Tabela 4.2 – Equilíbrio de Nash-Cournot com Restrições de Geração de um Agente**

A figura 4.5 a seguir ilustra graficamente os resultados obtidos para geração e preço *spot* na tabela 4.2 anterior:



**Figura 4.5 – Geração e Preço Spot x Restrições de Geração da Usina 1**

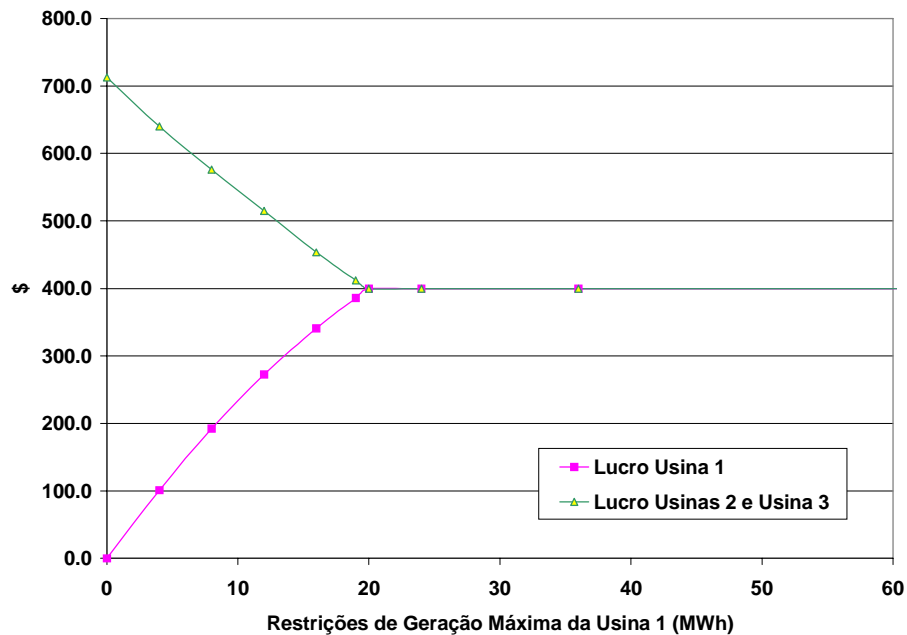
Inicialmente observa-se que a usina 1 irá produzir 20 MWh mesmo que possua capacidade para produzir uma quantidade de energia superior. A explicação, conforme já observado, é simples: esta é a sua estratégia de produção ótima no equilíbrio de Nash-Cournot. As usinas 2 e 3 terão o mesmo comportamento (como pode ser observado na figura).

Caso a usina 1 possua uma restrição de geração máxima de, por exemplo, 10 MWh, sua estratégia será produzir o máximo possível limitado apenas por esta restrição (neste caso ela produzirá 10 MWh). No entanto observa-se a partir da figura 4.5 que as usinas 2 e 3 ao perceberem isto “aproveitam-se” desta restrição de geração da usina 1 e passam a produzir, cada uma, um pouco mais do que produziam quando a usina 1 não possuía restrições, mas de forma a *não compensar* a quantidade que a usina 1 deixa de produzir devido ao seu limite de produção. Com isso, estas duas usinas provocam, de maneira estratégica, uma elevação do preço *spot*. Considerando uma restrição de geração de 10 MWh para a usina 1, observa-se através da tabela 4.2 (ou da figura 4.5) as usinas 2 e 3 ajustam suas produções energéticas para 23.3 MWh (cada usina), não compensando assim os 10 MWh que deixam de ser produzidos pela usina 1 em relação ao equilíbrio, e o preço *spot* é elevado de \$40/MWh para \$43.4/MWh.

Na situação extrema, em que a usina 1 esteja impossibilitada de gerar energia, as demais usinas reagiriam produzindo 26.7 MWh, provocando um aumento do preço *spot* para \$46.7/MWh, um valor cerca de 16,5% mais elevado que o obtido se a usina 1 estivesse sem restrições de produção.

Conseqüentemente, como esperado, as usinas 2 e 3 elevam seus lucros aproveitando-se das restrições de geração da usina 1. Esta, por sua vez, tem seu lucro diminuído à medida em que se tornam mais restringidos seus limites de geração. Este fato pode ser

observado na figura 4.6 a seguir, que representa graficamente os lucros das três usinas obtidos na tabela 4.2 em função de restrições de geração da usina 1:



**Figura 4.6 – Lucro x Restrições de Geração da Usina 1**

Observe que o lucro das usinas 2 e 3, quando a usina 1 não pode produzir energia (pois está com um limite de geração igual a zero), chega a ser mais de 75% superior ao lucro obtido por estas usinas na solução de Nash-Cournot. É interessante observar que a solução obtida para este cenário corresponde à solução de Nash-Cournot obtida para este mercado com apenas 2 agentes, já que a produção da usina 1 é nula e os agentes estratégicos passam a ser somente as usinas 2 e 3.

#### 4.6.2. Caso 2: Comportamento “não Cournot” de um dos Agentes

Novamente, vamos considerar um mercado com 3 usinas estratégicas, uma demanda de 100 MWh e custos de \$20/MWh por usina. Conforme já visto, no equilíbrio de Nash-Cournot cada usina produziria 20 MWh, o preço *spot* seria de \$40/MWh e cada usina teria um lucro de \$400.

No modelo de Cournot, *cada* participante (ou jogador) estratégico *price maker* escolhe sua estratégia tentando “adivinhar” o comportamento estratégico “racional” dos seus rivais. Ou seja, cada jogador toma sua decisão simulando quais seriam as ações (respostas) racionais de seus rivais às suas decisões até alcançar o equilíbrio de Nash-Cournot, quando então é tomada a decisão da quantidade de energia a ser ofertada, levando em consideração o comportamento das demais usinas. Os jogadores fazem suas ofertas *simultaneamente*, após as quais é determinado o preço do mercado e, conseqüentemente, os lucros de cada agente.

No entanto, o que acontece caso uma das usinas oferte uma quantidade de energia diferente da lógica “racional” esperada pelo modelo de Cournot?



Vamos supor que a usina 1 possua um comportamento estratégico “não racional”, ou “não Cournot”, e decida ofertar uma quantidade de energia qualquer para, por exemplo, tentar desta forma elevar o preço *spot* ou tentar prejudicar os demais agentes (prática de *dumping*).

As usinas 2 e 3, por outro lado, comportam-se de forma Cournot e tomam suas decisões *imaginando* que a usina 1 *também* se comportará de forma Cournot, ou seja, racionalmente.

Em outras palavras: ao contrário do exemplo 4.6.1, onde as usinas 2 e 3 *sabiam* que a usina 1 ofertaria uma quantidade de energia diferente da determinada pelo equilíbrio de Nash devido à sua restrição de geração (este fato era uma *informação comum* para todos os agentes), e aproveitavam-se disto para ofertar segundo um novo equilíbrio de Nash obtido entre apenas elas e considerando uma demanda residual; nesta nova situação as usinas 2 e 3 *não sabem* que a usina 1 ofertará de maneira diferente da esperada (não há a criação de uma demanda residual, como no exemplo anterior). Suas ofertas são realizadas de acordo com o equilíbrio de Nash-Cournot obtido caso todas as usinas ofertassem *competitivamente* (através da expressão (4.15)), entretanto, após realizarem as ofertas, as usinas 2 e 3 observam a oferta “não prevista” da usina 1 e conseqüentemente o preço é determinado (expressão 4.4) assim como os lucros das usinas (expressão 4.18).

Este procedimento é ilustrado através da tabela 4.3 abaixo, que apresenta o comportamento das outras duas usinas e do preço *spot* em função de diferentes possibilidades de geração “não Cournot” da usina 1:

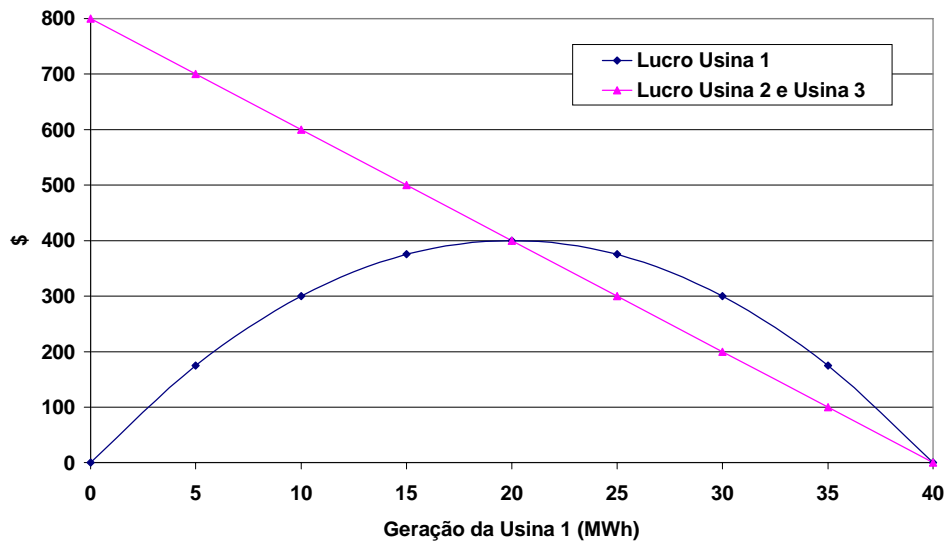
Geração da Usina 1 (MWh)	Geração das Usinas 2 e 3 (MWh)	Preço <i>Spot</i> (\$/MWh)	Lucro da Usina 1 (\$)	Lucro da Usina 2 e 3 (\$)
0.0	20.0	60.0	0.0	800.0
5.0	20.0	55.0	175.0	700.0
10.0	20.0	50.0	300.0	600.0
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
20.0	20.0	40.0	400.0	400.0
25.0	20.0	35.0	375.0	300.0
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
40.0	20.0	20.0	0.0	0.0

**Tabela 4.3 – Equilíbrio de Nash com Geração “não Cournot” de um Agente**

Como já mencionado, o equilíbrio de Nash-Cournot corresponde a um conjunto de ofertas de quantidade de energia tal que a oferta de cada competidor é ótima sob a hipótese que os outros competidores manterão suas ofertas fixas. Ou seja, nenhum jogador poderia se beneficiar (aumentar seus lucros) alterando sua oferta enquanto os outros jogadores mantêm suas respectivas posições já que tal decisão apenas diminuiria os lucros deste jogador.

Com isso é esperado que a usina 1, ao se comportar desta forma irracional e alterar sua oferta de energia, tenha uma diminuição de seu lucro.

A figura 5.7 a seguir ilustra graficamente o comportamento dos lucros das três usinas (obtidos na tabela 4.3) em função das diferentes decisões de produção da usina 1. As usinas 2 e 3, independente da oferta efetuada pela usina 1, fazem suas ofertas “à la Cournot” imaginando que a usina 1 ofertará desta forma também.



**Figura 4.7 – Lucros x Geração da Usina 1**

A partir da figura anterior, observa-se que o lucro máximo da usina 1 ocorre no ponto de equilíbrio de Nash-Cournot (oferta de 20 MWh). Caso ela ofereça uma quantidade de energia diferente (quantidade maior ou menor), com os demais agentes realizando suas ofertas de forma “Cournot”, seu lucro diminui (conforme o esperado).

No entanto, apesar da usina 1 sempre diminuir seu lucro se ofertar de maneira diferente daquela resultante do equilíbrio de Cournot, as usinas 2 e 3 podem ter seus lucros aumentados ou diminuídos, dependendo desta oferta da usina 1. Caso a usina 1 decida produzir uma quantidade de energia *menor* do que a determinada pelo equilíbrio (20 MWh), o preço *spot* é elevado e conseqüentemente as usinas 2 e 3 elevam seus lucros.

Caso a usina 1 decida produzir uma quantidade de energia *maior* do que a determinada pelo equilíbrio, observa-se que todas as usinas têm seus lucros reduzidos, mas as usinas 2 e 3 “perdem mais dinheiro” do que a usina 1. Ou seja, este comportamento “não Cournot” de umas das usinas faz não somente com que esta usina reduza seus lucros em relação ao lucro ótimo (equilíbrio de Nash-Cournot) mas com que as outras usinas do mercado passem a ter seus lucros bastante reduzidos também.

Uma interessante observação cabe ser feita em relação à modelagem do comportamento dos agentes nesta análise anteriormente descrita. Embora um dos agentes (a usina 1) não realizasse suas ofertas da maneira esperada pelos demais, todos os agentes faziam suas ofertas de energia *simultaneamente*, caracterizando o modelo de Cournot.

No entanto, pode-se pensar em um outro modelo para representar a situação anterior onde o primeiro agente (o “irracional” – usina 1) faz a sua oferta, para então os demais agentes ofertarem suas quantidades de energia com base na oferta do primeiro. Ainda assim teríamos uma modelagem correta para uma competição oligopólica, porém *não*

*mais* um modelo de Cournot e que conseqüentemente não se aplicaria mais a análise proposta nesta tese. Este novo modelo é denominado modelo de *Stackelberg*.

O modelo de Stackelberg ([6],[17-19]) é um modelo de um jogo dinâmico onde todos os agentes ofertam quantidades, como no modelo de Cournot. Entretanto, enquanto no modelo de Cournot os agentes tomam decisões simultaneamente, no modelo de Stackelberg existe uma hierarquia entre as decisões: um primeiro jogador (chamado de “líder”), e que tenha poder para tanto (possua liderança no mercado, por exemplo), inicia o jogo fazendo a sua oferta quando então os demais jogadores, seguindo suas hierarquias, efetuam as suas, onde cada agente faz sua oferta com *pleno* conhecimento das ofertas efetuadas pelos anteriores.

Conseqüentemente, a decisão de um agente pode influenciar as decisões e objetivos dos demais. Além disso, no modelo de Stackelberg, a quantidade ótima ofertada pelo “líder” (de forma a maximizar seu lucro) tende a ser maior que a quantidade ótima ofertada por este mesmo agente no modelo de Cournot, o que “força” os demais agentes a produzir menos no modelo de Stackelberg do que no modelo de Cournot. As referências ([6],[17-19]) apresentam em mais detalhes o modelo de Stackelberg.

## 5. OPERAÇÃO DE SISTEMAS HIDROTÉRMICOS – MODELO DE MÍNIMO CUSTO

Neste capítulo introduziremos o problema da operação ótima de sistemas hidrotérmicos. Este capítulo tem dois objetivos básicos: (i) formular o problema do despacho hidrotérmico de mínimo custo, apresentando conceitos que serão úteis em capítulos posteriores e (ii) apresentar o algoritmo de programação dinâmica estocástica, que é adotado nesta tese para resolvê-lo.

### 5.1. Introdução

Nos capítulos anteriores investigou-se analiticamente o equilíbrio de Nash-Cournot para uma determinada etapa. A hipótese subjacente é que o problema de despacho é *desacoplado no tempo*, isto é, uma decisão operativa no estágio  $t$  não afeta os custos de operação do estágio  $t+1$ . Esta hipótese é razoável em sistemas exclusivamente térmicos, onde o custo operativo de cada usina depende basicamente do custo de seu combustível e de seu nível de produção.

Entretanto, sistemas com um componente substancial de geração hidroelétrica têm a possibilidade de usar a capacidade de armazenamento dos reservatórios do sistema para transferir energia entre os estágios. Isto introduz um *acoplamento* entre a decisão operativa numa etapa qualquer e as futuras conseqüências desta decisão. Esta situação está ilustrada na Figura 5.1. Se a energia hidroelétrica é usada hoje, e uma seca ocorre no futuro, pode ser necessário utilizar energia térmica cara no futuro, ou até mesmo interromper o fornecimento de energia. Se, por outro lado, os níveis dos reservatórios são mantidos altos através de um uso mais intensivo de geração térmica, e grandes aflúncias acontecem no futuro, pode haver vertimento no sistema, o que representa um desperdício de energia, e como conseqüência, um aumento nos custos operativos.

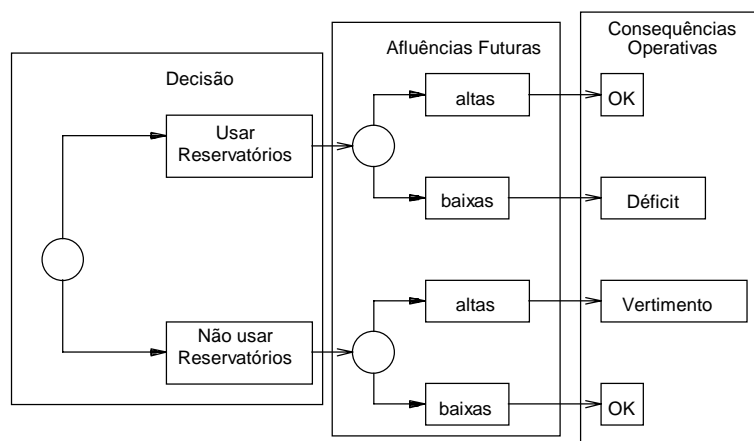


Figura 5.1 - Tomada de Decisão em Sistemas Hidrotérmicos

Em contraste com sistemas térmicos, cuja operação é *desacoplada* no tempo, a operação de sistemas hidrelétricos é *acoplada* no tempo, isto é, uma decisão operativa hoje afeta os custos operativos no futuro.

## 5.2. Custo Imediato e Custo Futuro

Como visto na Figura 5.1, o operador de um sistema hidrotérmico deve comparar o benefício *imediato* do uso da água e o benefício *futuro* de seu armazenamento. Este benefício é medido em termos da economia de uso de combustíveis nas térmicas. Este problema é ilustrado através de duas funções, apresentadas na Figura 5.2 abaixo:

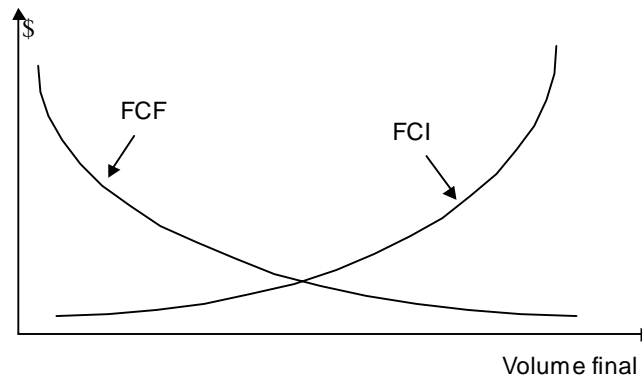


Figura 5.2 - Custos Imediato e Futuro  $\times$  Armazenamento

A *função de custo imediato* - FCI - mede os custos de geração térmica no estágio  $t$ . Observa-se que o custo imediato aumenta à medida que diminui a energia hidro disponível no estágio, isto é, à medida que aumenta o volume armazenado final.

Por sua vez, a *função de custo futuro* - FCF - está associada ao custo *esperado* de geração térmica e racionamento do *final* do estágio  $t$  (início de  $t+1$ ) até o final do período de estudo. Esta função diminui à medida que aumenta o volume armazenado final, pois haverá mais energia hidro disponível no futuro.

Em termos conceituais, a curva de FCF pode ser calculada através de *simulações operativas* do sistema para cada nível de armazenamento no final da etapa  $t$ . Como ilustrado na Figura 5.3, as simulações são realizadas de maneira *probabilística*, isto é, usando um grande número de cenários hidrológicos. Isto é devido à *variabilidade* das vazões afluentes aos reservatórios, que flutuam a nível sazonal, anual e regional.

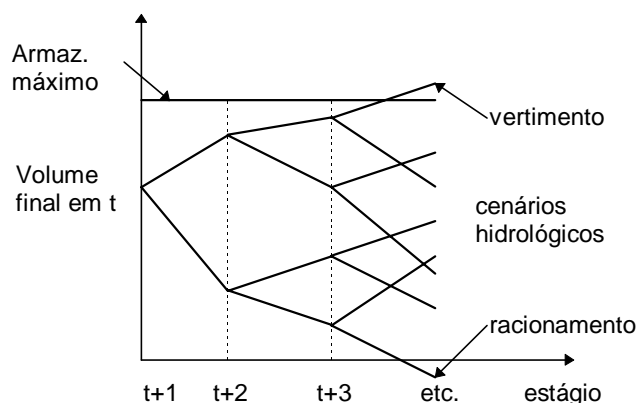


Figura 5.3 - Cálculo da FCF

Na prática, as funções de custo futuro são calculadas por um procedimento recursivo - programação dinâmica estocástica, discutido posteriormente.

### 5.3. Valor da Água

O uso ótimo da água armazenada corresponde ao ponto que minimiza a soma dos custos imediato e futuro. Como é mostrado na Figura 5.4, o ponto de mínimo custo global também corresponde ao ponto onde as derivadas da FCI e da FCF com relação ao armazenamento se igualam. Estas derivadas são conhecidas como *valores da água*.

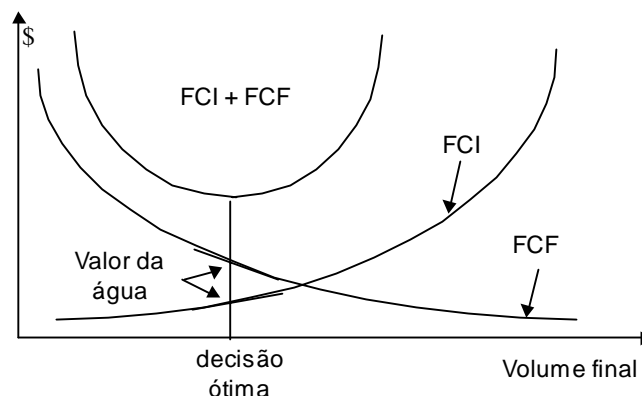


Figura 5.4 - Uso Ótimo da Água

Conclui-se que, em contraste com o caso térmico, onde as usinas têm um custo operativo *direto*, as usinas hidro têm um *custo de oportunidade* indireto, associado à economia de combustível esperada hoje e no futuro. O uso ótimo da água é obtido quando se equilibram os valores imediato e futuro da água.

### 5.4. Estratégia de Solução

Como já discutido, o “tomador” de decisões se depara com o problema de utilizar os estoques “grátis” de energia hidráulica ou “economizá-los” para uma futura geração de energia. Por não ser possível o conhecimento prévio das futuras vazões afluentes e demandas, este *tradeoff* só pode ser expresso em termos probabilísticos.

Em lugar de um *cronograma* de geração para cada usina, ou seja, uma seqüência de decisões operativas, é necessário calcular uma *estratégia* de operação - uma decisão para cada possível estado do sistema em cada etapa. Por exemplo, é intuitivo que menos geração térmica preventiva seja necessária quando os níveis de armazenamento estejam altos do que quando estejam baixos. Em outras palavras, a quantidade ótima de geração térmica é uma função dos níveis de armazenamento dos reservatórios.

Geralmente, os estados do sistema devem incluir todos os valores que afetariam os custos futuros da operação. Neste caso, pelo menos dois tipos de variáveis de estado devem ser representadas: o nível de armazenamento, já discutido anteriormente, e a “tendência hidrológica” no sistema. Devido à característica de retenção / esvaziamento da água nos aquíferos subterrâneos, as afluências em etapas sucessivas são estatisticamente correlacionadas. Assim sendo, as afluências observadas em etapas anteriores são bons indicadores da tendência hidrológica futura. Em outras palavras, se os volumes afluídos em etapas anteriores recentes estão acima da média, as afluências futuras próximas também tenderão a ser maiores que a média.

A estratégia que minimiza os custos é usualmente calculada por um esquema de *programação dinâmica estocástica* (PDE) [16,22] que será discutido na Seção 5.8. O resultado final do algoritmo de PDE é uma tabela com *custos marginais para a geração hidráulica*, que indica a variação dos custos operativos futuros com um acréscimo de 1 MWh hoje na geração hidráulica. A Tabela 5.1 ilustra esta política para um sistema composto de uma usina hidroelétrica e várias usinas térmicas. Como discutido anteriormente, a tabela possui duas entradas: (i) a energia hidroelétrica armazenada (dez níveis neste exemplo), que mede o nível de armazenamento do reservatório, e (ii) as aflúncias anteriores (representadas em três níveis neste exemplo: altas, médias e baixas).

Nesta tabela pode-se observar a variação dos custos marginais de geração hidráulica em função do nível de armazenamento e aflúncia.

Armaz. (%)	Aflúncia Anterior		
	Alta	Média	Baixa
100	0.	0.	2.
90	3.	4.	5.
.	.	.	.
.	.	.	.
20	42.	46.	50.
10	50.	54.	58.
0	70.	76.	83.

**Tabela 5.1 - Custos Marginais para Geração Hidroelétrica x Armazenamento e Aflúncia**

Uma vez de posse da tabela de custos marginais, a operação de sistemas hidrotérmicos é imediata:

- dado o armazenamento do reservatório no início do mês e a aflúncia do mês anterior - dados de entradas para a tabela - ler o custo marginal de geração hidráulica correspondente;
- carregar as unidades geradoras (hidráulicas e térmicas) pela ordem crescente do custo operativo, até a demanda ser satisfeita.

### 5.5. Problema do Despacho Hidrotérmico de um Estágio

Será apresentado agora em mais detalhes como é realizado o despacho econômico e calculado o preço *spot* de um sistema hidrotérmico.

Em contraste com o caso térmico, onde a solução ótima podia ser obtida por inspeção, o despacho hidrotérmico ótimo para o estágio  $t$  requer a solução do seguinte problema de programação não linear:

$$z_t = \text{Min} \sum_{j=1}^J c_j \times g_{tj} + \text{FCF}(v_{t+1}) \quad (5.1)$$

sujeito às seguintes restrições operativas:

- Balanço hídrico
- Limites de armazenamento e turbinamento
- Limites na geração térmica
- Atendimento à demanda

Cada componente do problema (5.1) será discutido a seguir.

### 5.5.1. Função Objetivo

Como discutido anteriormente, o objetivo é minimizar a soma de duas classes de custos:

- *custo operativo imediato* - dado pelos custos térmicos  $\{c_j \times g_{ij}\}$  no estágio  $t$ . O racionamento é representado por uma térmica fictícia de capacidade infinita e custo operativo igual ao custo de déficit;
- *valor esperado do custo operativo futuro* - dado pela função de custo futuro  $FCF(v_{t+1})$ . Como discutido anteriormente, esta função depende dos volumes armazenados ao final do estágio  $t$ , representados pelo vetor  $v_{t+1}$ .

### 5.5.2. Balanço hídrico

Como ilustrado na Figura 5.6, a equação de balanço hídrico relaciona o armazenamento e os volumes de entrada e saída do reservatório: o volume final no estágio  $t$  (início do estágio  $t+1$ ) é igual ao volume inicial menos os volumes de saída (turbinamento e vertimento) mais os volumes de entrada (vazões laterais mais os volumes de saída das usinas a montante).

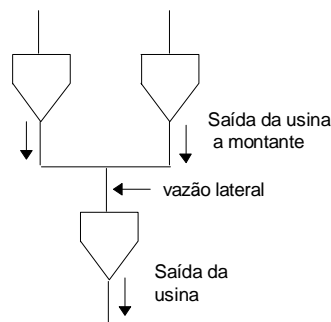


Figura 5.6 - Balanço hídrico

Em termos do problema de despacho (5.1), o balanço hídrico é formulado como:

$$v_{t+1}(i) = v_t(i) - u_t(i) - s_t(i) + a_t(i) + \sum_{m \in U(i)} [u_t(m) + s_t(m)] \quad \text{para } i = 1, \dots, I \quad \begin{matrix} \text{Variável Dual} \\ \pi_{ht} \end{matrix} \quad (5.2)$$

onde:



$i$	indexa as usinas hidro (I número de usinas)
$v_t(i)$	armazenamento inicial da usina $i$ no estágio $t$ (valor conhecido)
$v_{t+1}(i)$	Armazenamento final da usina $i$ no estágio $t$ (variável de decisão)
$a_t(i)$	afluência lateral à usina $i$ no estágio $t$ (valor conhecido)
$u_t(i)$	volume turbinado no estágio $t$ (variável de decisão)
$s_t(i)$	volume vertido no estágio $t$ (variável de decisão)
$m \in U(I)$	conjunto de usinas a montante de $i$

### 5.5.3. Limites de Armazenamento e Turbinamento

$$v_t(i) \leq \bar{v}(i) \quad \text{para } i = 1, \dots, I \quad (5.3)$$

$$u_t(i) \leq \bar{u}(i) \quad (5.4)$$

onde  $\bar{v}(i)$  e  $\bar{u}(i)$  são respectivamente os limites de armazenamento e turbinamento.

### 5.5.4. Limites na Geração Térmica

Estes limites são os mesmos do despacho térmico (2.1):

$$g_{tj} \leq \bar{g}_j \quad \text{para } j = 1, \dots, J \quad (5.5)$$

### 5.5.5. Atendimento à Demanda

$\sum_{i=1}^I \rho(i) u_t(i) + \sum_{j=1}^J g_{tj} = d_t$	Variável Dual $\pi_{dt}$	(5.6)
---	-----------------------------	-------

onde  $\rho(i)$  é o *coeficiente de produção* da usina  $i$  (MWh/hm<sup>3</sup>), valor conhecido.

## 5.6. Cálculo do Preço Spot

Além da decisão operativa ótima, o problema de otimização (5.1) produz as variáveis duais associadas à cada restrição. Assim, o preço *spot* horário do sistema  $\pi_{dt}$  é a variável dual associada à restrição de atendimento à demanda (5.6), e o **valor da água**  $\pi_{ht}$  é a variável dual associada à equação de balanço hídrico (5.2).

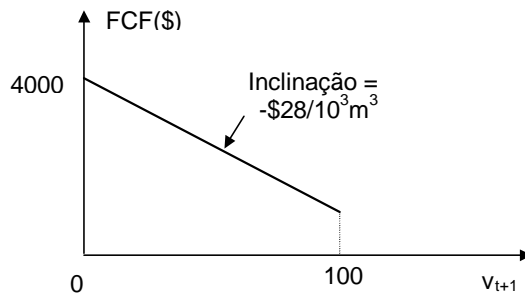
## 5.7. Exemplo

A aplicação dos conceitos acima será ilustrada através de um exemplo (considerando uma etapa de 1 hora) com três térmicas e uma usina hidro, H<sub>1</sub>. A Tabela 5.2 apresenta as características físicas da usina (capacidade instalada, limite de armazenamento, coeficiente de produção etc.) e os parâmetros específicos do estágio (volume inicial, vazão afluente):

Nome	capac. (MW)	Armaz. max ( $10^3\text{m}^3$ )	Coef. Prod. ( $\text{MWh}/10^3\text{m}^3$ )	Turb. Max ( $10^3\text{m}^3/\text{h}$ )	Vol.inic. ( $10^3\text{m}^3$ )	Vazão afl. ( $10^3\text{m}^3/\text{h}$ )
H <sub>1</sub>	30	100	2	15	30	5

**Tabela 5.2 - Características da Usina Hidroelétrica**

A função de custo futuro é representada pela função linear  $\text{FCF}(v_{t+1}) = -28v_{t+1} + 4000$ , ilustrada na Figura 5.4.



**Figura 5.5 - Função de Custo Futuro**

Finalmente, as Tabelas 5.3 e 5.4 apresentam as características das unidades térmicas e das demandas:

Nome	capacidade (MW)	custo operativo (\$/MWh)
G <sub>1</sub>	10	8
G <sub>2</sub>	5	12
G <sub>3</sub>	20	15

**Tabela 5.3 – Usinas Térmicas**

Nome	demanda (MWh)
D <sub>1</sub>	6
D <sub>2</sub>	14

**Tabela 5.4 - Demandas**

Substituindo os dados do exemplo acima no problema (5.1), chega-se à formulação final:

$$\text{Min} \quad 8 \times g_{t1} + 12 \times g_{t2} + 15 \times g_{t3} - 28 \times v_{t+1}(1) + 4000 \quad (5.2)$$

sujeito a

$$v_{t+1} + u_t + s_t = 30 + 5 \quad \text{Variável dual} \quad \pi_{ht} \quad (5.2a)$$

$$v_{t+1} \leq 100 \quad (5.2b)$$

$$u_t \leq 15 \quad (5.2c)$$

$$g_{t1} \leq 10$$

$$g_{t2} \leq 5$$

$$g_{t3} \leq 20$$

$$\sum_{j=1}^J g_{jt} + 2 \times u_t = 14 + 6 \quad \pi_{dt} \quad (5.2d)$$

Para obter o despacho ótimo, é necessário comparar o custo direto das térmicas com o custo de oportunidade das usinas hidro. Da função de custo futuro, sabemos que esvaziar  $10^3 m^3$  do reservatório penaliza em \$28 a operação futura do sistema. Por outro lado, com este mesmo volume podemos gerar  $p \times 1 = 2$  MWh no estágio. Portanto, só vale a pena utilizar a energia hidro se as alternativas térmicas custarem mais que  $28/2 = \$14/\text{MWh}$ . Isto significa que a ordem de entrada das unidades neste exemplo é  $(T_1, T_2, H_1, T_3)$ . O despacho ótimo está apresentado na Tabela 5.5:

Unidade	Custo (\$/MWh)	Geração (MWh)
T <sub>1</sub>	8	10
T <sub>2</sub>	12	5
H <sub>1</sub>	14	5
T <sub>3</sub>	15	0

**Tabela 5.5 - Despacho Ótimo - Sistema Hidrotérmico**

O gerador marginal neste caso é H<sub>1</sub>. Portanto, o preço *spot* do sistema é \$14/MWh (naturalmente, a solução do problema em casos reais é mais complexa, devido às restrições hídricas e à variação não linear do custo futuro com o armazenamento final).

Finalmente, observa-se que, ao contrário do caso térmico, onde o preço *spot* sempre corresponde ao da térmica mais cara despachada, em sistemas hidrotérmicos ele também pode corresponder ao custo de oportunidade das unidades hidro.

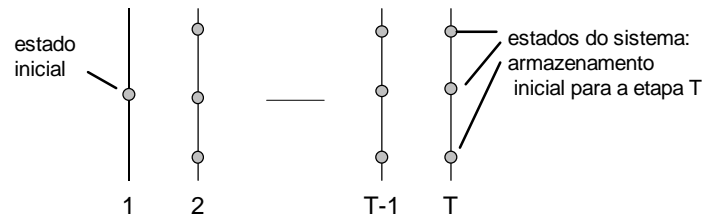
## 5.8. A Programação Dinâmica Estocástica

Como discutido anteriormente, as decisões operativas de um sistema hidrotérmico estão calcadas no equilíbrio entre o custo de oportunidade imediato e seu valor esperado futuro, representado pela função de custo futuro (FCF).

Apresenta-se a seguir o procedimento recursivo de programação dinâmica estocástica (PDE), utilizado na prática para o cálculo das funções de custo futuro.

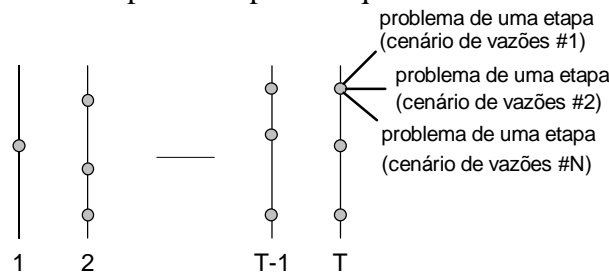
- para cada etapa  $t$  (tipicamente um mês ou uma semana) definir um conjunto de *estados do sistema*, por exemplo, níveis de armazenamento 100%, 90%, etc. até 0%.

A Figura 5.7 ilustra a definição dos estados para um reservatório. Supõe-se conhecido o armazenamento inicial da primeira etapa.



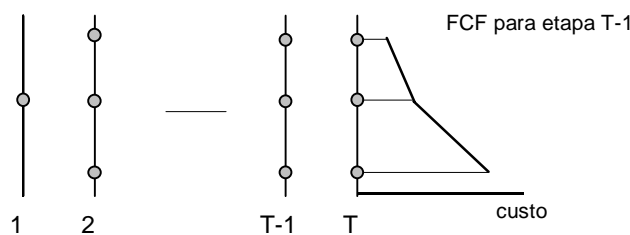
**Figura 5.7 - Definição dos Estados do Sistema**

- b) iniciar na *última* etapa,  $T$ , e resolver o problema de despacho de uma etapa (5.1) - ver a seção 5.5 - supondo que o armazenamento inicial corresponda ao primeiro nível definido no passo (a) - por exemplo, 100%. Dado que se trata da última etapa, se supõe que a FCF seja igual a zero. Resolver o problema de despacho para cada um dos  $N$  cenários de vazões para a etapa. O esquema está ilustrado na Figura 5.8.



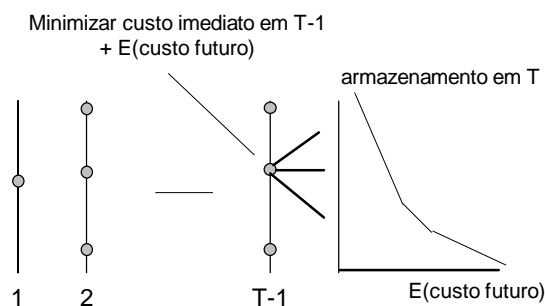
**Figura 5.8 - Cálculo da Decisão Ótima por Cenário - última etapa**

- c) calcular o valor esperado do custo operativo associado ao nível 100% como a média dos custos dos  $N$  subproblemas de uma etapa. Com isto obtém-se o primeiro ponto da FCF para a etapa  $T-1$ , que chamaremos de  $\alpha_T(v_T)$ . Repetir o cálculo do valor esperado dos custos operativos para os demais estados da etapa  $T$ . Interpolando os custos para pontos intermediários (entre dois estados) e produzir a FCF  $\alpha_T(v_T)$  para a etapa  $T-1$ , como ilustra a Figura 5.9.



**Figura 5.9 - Cálculo da FCF para a etapa T-1**

- d) repetir o processo para todos os estados de armazenamento selecionados nas etapas  $t-1$ ,  $t-2$  etc. como ilustra a Figura 5.10. Observe que o objetivo agora é minimizar o custo operativo imediato da etapa  $t-1$  mais o valor esperado do custo futuro, dado pela função linear por partes calculada no passo anterior.



**Figura 5.10 - Cálculo do Custo Operativo para a Etapa T-1 e FCF para T-2**

O resultado final do esquema de PDE (a)-(d) é um conjunto de FCFs  $\{\alpha_{t+1}(v_{t+1})\}$  para todas as etapas  $t = 1, \dots, T$ . Como mencionado anteriormente, o cálculo desta função requer a representação da operação conjunta do sistema, com o conhecimento completo dos estados de armazenamento de todas as usinas do sistema; como consequência, o valor da água de uma usina hidroelétrica é uma função não-separável do estado das demais usinas hidroelétricas do sistema.

### 5.9. O Algoritmo PDE – Modelo de Mínimo Custo

A recursão de programação dinâmica estocástica para um despacho de mínimo custo em um sistema composto de duas usinas hidroelétricas (em bacias isoladas) e um conjunto de  $N$  térmicas pode ser resumida no seguinte algoritmo:

#### ROTINA PRINCIPAL PDE MINCOST- MODELO DE MÍNIMO CUSTO

```

** RECURSÃO DE PROGRAMAÇÃO DINÂMICA ESTOCÁSTICA - PARA CADA ESTADO
** E ESTÁGIO DO PERÍODO DE ESTUDO REALIZA-SE UM DESPACHO HIDROTÉRMICO
** DE MÍNIMO CUSTO

FAZER t = T, T-1, ..., 1                                !INICIALIZA FUNÇÃO DE CUSTO
. FCF(t+1,V(1),V(2))=0 (∀ V(1),V(2))                    !FUTURO (FCF)PARA CADA ESTADO
FIM                                                       !E ETAPA DO PERÍODO DE ESTUDO

FAZER t = T, T-1, ... , 1                                !DEFINE ESTÁGIO t
. FAZER V(1)=0%, 10%, ... ,100%                          !DEFINE OS ESTADOS DO SISTEMA
. . FAZER V(2)=0%, 10%, ... ,100%
. . . FAZER cenário hidrologia k =1, .. K                !CENÁRIOS HIDROLOGIA
. . . . CALL MINCOST (t,k,V(),CMIN)                       !CHAMA ROTINA MINCOST
. . . . FCF(t,V(1),V(2))= FCF(t,V(1),V(2))+ CMIN*P(t,k) !ATUALIZA FCF
. . . FIM
. . FIM
. FIM
FIM

```

**ROTINA MINCOST (t,k,v())**

\*\* DETERMINA VETOR DE ENERGIA TURBINADA ÓTIMA DAS 2 USINAS HIDRO NO  
 \*\* DESPACHO DE MÍNIMO CUSTO

```

CMIN = ∞
FAZER j= 1,...,21                                !TESTA ENERG.TURB. ÓTIMA 1
. U(1)=UMIN(1) + (UMAX(1)-UMIN(1))*(j-1)/20      !VALOR ENERGIA TURB. 1
. VF(1) = MIN(V(1)+A(t,1,k)-U(1), VMAX1)         !BALANÇO HÍDRICO USINA 1
. FAZER j= 1,...,21                                !TESTA ENERG.TURB. ÓTIMA 2
. . U(2)=UMIN(2) + (UMAX(2)-UMIN(2))*(j-1)/20   !VALOR ENERGIA TURB. 2
. . VF(2) = MIN(V(2)+A(t,2,k)-U(2), VMAX2)      !BALANÇO HÍDRICO USINA 2
. . . CALL DESPACHO (t,U(),SPOT,CI)              !CHAMA ROTINA DESPACHO
. . . FCF = FCF(t+1,VF(1),VF(2))                !CALCULA CUSTO FUTURO(FCF)
. . . CT = CI + FCF                               !CUSTO TOTAL
. . . SE CT < CMIN ENTÃO                          !VERIFICA SE SOL. É MELHOR
. . . . CMIN=CT                                   !ATUALIZA SOLUÇÃO ÓTIMA
. . . . SPOT_ot = SPOT                           !GUARDA PRECO SPOT ÓTIMO
. . . . Uot_1 = U(1)                             !GUARDA TURB. 1 ÓTIMO
. . . . Uot_2 = U(2)                             !GUARDA TURB. 2 ÓTIMO
. . . FIM SE
. FIM
FIM
FIM ROTINA

```

**ROTINA DESPACHO (t,U(),SPOT,CI)**

\*\* COM BASE NO VETOR DE ENERGIA TURBINADA U, FAZ O DESPACHO TÉRMICO,  
 \*\* CALCULA O CUSTO OPERATIVO Z E O CUSTO MARGINAL DO SISTEMA(PREÇO SPOT)

```

EHIDRO = U(1)+U(2)                                !ENERGIA TURBINADA TOTAL
DR = D(t) - EHIDRO                               !DEMANDA RESIDUAL
Z = 0                                             !INICIALIZA CUSTO OPERATIVO
GTE = 0                                           !INICIALIZA GERAÇÃO TÉRMICA
FAZER n = 1,..., NumTerm                         !LOOP DAS TÉRMICAS
. DR = DR-GMAX(n)                                !SOMA GERAÇÃO TÉRMICA
. Z = Z+GMAX(j)*c(n)                             !ATUALIZA CUSTO OPERATIVO
. GTE = GTE + GMAX(n)                           !DETERMINA GERAÇÃO TÉRMICA
. SE DR ≤ 0 ENTÃO                                !SE GERAÇÃO TÉRMICA=DEMANDA
. . Z = Z+DR*c(n)                               !CUSTO OPERATIVO RESULTANTE
. . SPOT = c(n)                                 !CUSTO MARGINAL RESULTANTE
. . GTE = GTE + DR                             !GERAÇÃO TÉRMICA RESULTANTE
. . SAIR DO LOOP DE TÉRMICAS
. FIM SE
FIM LOOP
SE ((n = NumTerm) e (DR>0)) ENTÃO                !VERIFICA SE HOUE DÉFICIT
. DEFICIT = DR                                  !CALCULA DÉFICIT
. SPOT = 540                                    !CUSTO DE DÉFICIT
FIM SE
CI = Z                                           !CUSTO IMEDIATO = Z
FIM ROTINA

```

### 5.9.1. Descrição das Principais Variáveis

<b>Variável:</b>	<b>Descrição:</b>
$t$	índice dos estágios
$V(i)$	estado do reservatório $i$
$FCF(t,V(1),V(2))$	função de custo futuro no estágio $t$ no estado do sistema $(V(1),V(2))$
$k$	índice do cenário de afluência aos reservatórios das usinas hidroelétricas
$A(t,i,k)$	cenário de afluência $k$ à usina $i$ no estágio $t$
$P(t,k)$	probabilidade do cenário de afluência $k$ no estágio $t$
$U(i)$	energia turbinada pela usina $i$
$VF(i)$	volume no final do estágio $t$ da usina $i$
DR	demanda residual (que será atendida pelas usinas térmicas)
GTE	geração térmica
NumTerm	número de térmicas que compõe o parque gerador térmico
$C(n)$	custo operativo da térmica $n$
$Z$	custo operativo térmico
SPOT	preço <i>spot</i> (ou custo marginal) do sistema

## 6. OPERAÇÃO DE SISTEMAS HIDROTÉRMICOS – MODELO DE COURNOT

O objetivo deste capítulo é analisar o comportamento estratégico de agentes geradores em sistemas hidrotérmicos com despacho descentralizado incluindo a dinâmica temporal do problema. Um procedimento de programação dinâmica estocástica modificado para representar o comportamento estratégico dos agentes é apresentado e utilizado para detectar poder de mercado. Um estudo de caso é realizado e os resultados das simulações serão comparados com os obtidos em um despacho de mínimo custo descrito no capítulo anterior.

### 6.1. Introdução

A simulação operativa de um sistema hidrotérmico com um modelo de Cournot guarda analogias com a de mínimo custo, discutida no capítulo anterior. Para cada estágio e cada estado de armazenamento, os agentes encontram o equilíbrio de Nash-Cournot, levando em consideração o benefício imediato de ofertar a energia, e o valor esperado do benefício futuro de armazenar a mesma energia para as etapas seguintes. O processo pode ser representado através de um esquema de programação dinâmica estocástica, descrito a seguir.

### 6.2. Algoritmo de PDE – Modelo de Cournot

O algoritmo PDE-Cournot será ilustrado para o mesmo sistema composto por 2 usinas hidroelétricas e  $N$  térmicas apresentado como exemplo no capítulo anterior. Neste capítulo estaremos considerando as duas usinas hidroelétricas como sendo estratégicas ou *price makers*. O estado do sistema é representado pelo nível de armazenamento dos 2 reservatórios. Um possível estado de armazenamento é  $(V_1=80\%, V_2=50\%)$ . Para cada etapa (mês)  $t = T, T-1, \dots, 1$  e para cada estado do sistema são calculadas seqüências de vazões afluentes aos 2 reservatórios. Chamaremos estas seqüências de vazões de cenários hidrológicos. O objetivo da utilização destes cenários é o de reproduzir a estocasticidade das vazões afluentes. Como no despacho hidrotérmico centralizado, a quantidade de água utilizada pelas usinas para maximizar o lucro de seus proprietários depende não apenas do nível de armazenamento, mas também da tendência hidrológica futura.

Para um dado estado do sistema (nível de armazenamento dos 2 reservatórios) e um cenário hidrológico, calcula-se as ofertas ótimas das usinas (quantidade de água turbinada em cada usina). Estas quantidades são determinadas pela situação de equilíbrio de Nash-Cournot de um jogo não cooperativo em que as 2 usinas procuram maximizar suas remunerações em um Mercado Atacadista de Energia.

Portanto, em cada estado e para cada cenário hidrológico, simula-se a dinâmica do processo de maximização de lucros em que cada usina hidroelétrica otimiza sua decisão condicionada à otimização das *demais* empresas. Cada usina testa uma quantidade de energia produzida que maximize a *soma* de sua remuneração imediata com um valor esperado de sua remuneração futura, seguindo portanto o mesmo esquema da programação dinâmica estocástica do despacho centralizado, apenas contendo um procedimento adicional cujo propósito é simular o processo competitivo.



O *jogo* termina quando se chega a um ponto de equilíbrio, o equilíbrio de Nash. Neste ponto nenhuma usina tem incentivo para modificar sua produção de energia (quantidade de água turbinada) pois tal decisão apenas resultaria em uma diminuição de seu lucro. É como se todos os participantes estivessem “amarrados” em suas decisões. A recursão de programação dinâmica estocástica pode ser resumida nos seguintes passos:

**ROTINA PRINCIPAL PDE COURNOT - MODELO COMPORTAMENTO ESTRATÉGICO**

```

** RECURSÃO DE PROGRAMAÇÃO DINÂMICA ESTOCÁSTICA - A CADA ESTADO E
** ESTÁGIO DO PERÍODO DE ESTUDO CADA USINA TENTA MAXIMIZAR SEUS LUCROS
** E AS DECISÕES ÓTIMAS CORRESPONDEM A UM EQUILÍBRIO DE NASH-COURNOT

FAZER t = T, T-1, ..., 1                                !INICIALIZA FUNÇÃO
. FRF(t+1,i,V(1),V(2))=0 (∀V(1),V(2))(i=1,2)           !DE REMUNERAÇÃO
FIM                                                       !FUTURA (FRF)

FAZER t = T, T-1, ... , 1                                !DEFINE ESTÁGIO t
. FAZER V(1)=0%, 10%, ...,100%                          !DEFINE OS ESTADOS DO
. . FAZER V(2)=0%, 10%, ...,100%                        !SISTEMA
. . . FAZER cenário hidrologia k =1, .. K               !CENÁRIOS HIDROLOGIA
. . . . CALL NASH (t,k,V(),RS())                        !CHAMA ROTINA NASH
. . . . FAZER i=1,2                                     !ATUALIZA FRF POR USINA
. . . . . FRF(t,i,V(1),V(2))=FRF(t,i,V(1),V(2))+RS(i)*P(t,k)
. . . . . FIM
. . . FIM
. . FIM
. FIM
FIM

```

**ROTINA NASH (t,k,v(),rs())**

```
** DETERMINA VETOR DE ENERGIA TURBINADA ÓTIMA E REMUNERAÇÃO DAS 2 USINAS
** QUE SAEM DO EQUILÍBRIO DE NASH
FAZER i = 1,2                                !INICIALIZAÇÕES POR USINA
. U(i)= UMIN(i)                               !INICIALIZA TURBINAMENTO
. VF(i) = MIN(V(i)+A(t,i,k)-U(i),VMAX(i))    !INICIALIZA BALANÇO HÍDRICO
. UOLD(i)= 0
FIM
ENQUANTO U(i)<>UOLD(i) REPETIR                !VERIFICA ATINGIU EQUILÍBRIO
. UOLD(i)=U(i) (i=1,2)                       !ATUALIZA VALORES ANTERIORES
. FAZER i=1,2                                 !LOOP DAS USINAS
. . RMAX=0, UOT=0                             !i = USINA QUE SE OTIMIZA
. . FAZER j=1, 21                             !TESTA ENERGIA TURBINADA ÓTIMA
. . . U(i)=UMIN(i)+(UMAX(i)-UMIN(i))*(j-1)/20 !VALOR ENERGIA TURBINADA
. . . CALL DESPACHO (t,U(),SPOT)             !CHAMA ROTINA DESPACHO
. . . RI = SPOT*U(i)                          !REMUNERAÇÃO IMEDIATA
. . . VF(i) = MIN(V(i)+A(t,i,k)-U(i),VMAX(i))!BALANÇO HÍDRICO USINA i
. . . FRF = FRF(t+1,i,VF(1),VF(2))          !CALC. REMUNERAÇÃO FUTURA(FRF)
. . . RT = RI + FRF                           !REMUNERAÇÃO TOTAL
. . . SE RT > RMAX ENTÃO                     !VERIFICA SE SOLUÇÃO É MELHOR
. . . . RMAX=RT                              !ATUALIZA RENDA ÓTIMA
. . . . U_ot=U(i)                            !GUARDA TURB. ÓTIMO USINA i
. . . FIM SE
. . . RS(i) = RMAX                           !GUARDA REMUNERAÇÃO ÓTIMA FINAL
. . . U(i) = U_ot                            !GUARDA TURB.ÓTIMO FINAL USINA i
. . FIM
. FIM
FIM ENQUANTO
FIM ROTINA
```

**ROTINA DESPACHO (t,U(),SPOT)**

```
** COM BASE NO VETOR DE ENERGIA TURBINADA U, FAZ O DESPACHO TÉRMICO,
** CALCULA O CUSTO OPERATIVO Z E O CUSTO MARGINAL DO SISTEMA(PREÇO SPOT)

EHIDRO = U(1)+U(2)                           !ENERGIA TURBINADA TOTAL
DR = D(t) - EHIDRO                           !DEMANDA RESIDUAL
Z = 0                                         !INICIALIZA CUSTO OPERATIVO
GTE = 0                                       !INICIALIZA GERAÇÃO TÉRMICA
FAZER n = 1,..., NumTerm                     !LOOP DAS TÉRMICAS
. DR = DR-GMAX(n)                             !SOMA GERAÇÃO TÉRMICA
. Z = Z+GMAX(j)*c(n)                          !ATUALIZA CUSTO OPERATIVO
. GTE = GTE + GMAX(n)                        !DETERMINA GERAÇÃO TÉRMICA
. SE DR ≤ 0 ENTÃO                             !SE GERAÇÃO TÉRMICA=DEMANDA
. . Z = Z+DR*c(n)                            !CUSTO OPERATIVO RESULTANTE
. . SPOT = c(n)                              !CUSTO MARGINAL RESULTANTE
. . GTE = GTE + DR                           !GERAÇÃO TÉRMICA RESULTANTE
. . SAIR DO LOOP DE TÉRMICAS
. FIM SE
FIM LOOP
SE ((n = NumTerm) e (DR>0)) ENTÃO           !VERIFICA SE HOUVE DÉFICIT
. DEFICIT = DR                               !CALCULA DÉFICIT
. SPOT = 540                                 !CUSTO DE DÉFICIT
FIM SE
FIM ROTINA
```

### 6.2.1. Descrição das Principais Variáveis

Variável:	Descrição:
$t$	índice dos estágios
$V(i)$	estado do reservatório $i$
$FRF(t,i,V(1),V(2))$	função de remuneração futura da usina $i$ no estágio $t$ no estado do sistema $(V(1),V(2))$
$k$	índice do cenário de afluência aos reservatórios das usinas hidroelétricas
$A(t,i,k)$	cenário de afluência $k$ à usina $i$ no estágio $t$
$P(t,k)$	probabilidade do cenário de afluência $k$ no estágio $t$
$U(i)$	energia turbinada pela usina $i$
$UOLD(i)$	energia turbinada pela usina $i$ na iteração anterior à atual do jogo de Cournot
$RS(i)$	remuneração <i>spot</i> ótima da usina $i$
$VF(i)$	volume no final do estágio $t$ da usina $i$
DR	demanda residual (que será atendida pelas usinas térmicas)
GTE	geração térmica
NumTerm	número de térmicas que compõe o parque gerador térmico
$C(n)$	custo operativo da térmica $n$
Z	custo operativo térmico
SPOT	preço <i>spot</i> (ou custo marginal) do sistema

### 6.2.2. Comparação Entre os Algoritmos PDE

A principal diferença entre este algoritmo “PDE-Cournot” e o algoritmo “PDE-Minimização de Custos” descrito no capítulo 5, é o propósito de simular o processo competitivo. A estrutura da recursão de programação dinâmica estocástica é idêntica. É importante observar também que no algoritmo “PDE-Cournot” as funções de remuneração futura são individuais por usina estratégica, já que cada usina maximiza seu lucro individual, enquanto no “PDE-Minimização de Custos” a função de custo futuro é única para o sistema, já que o objetivo é a minimização dos custos globais.

## 6.3. Caso Exemplo

### 6.3.1. Descrição do Sistema

Os modelos de programação dinâmica estocástica descritos neste capítulo e no capítulo 5 foram implementados para um sistema montado a partir de dados do sistema brasileiro. As usinas hidroelétricas utilizadas neste estudo de caso, denominadas de A e B, estão representadas em paralelo. Por sua vez, as térmicas foram selecionadas a partir do parque da região Sudeste. A demanda do sistema corresponde à da região Sul para o ano de 1999. O período de estudo foi de 5 anos, em etapas mensais. Cinco anos foram adicionados ao último mês para evitar o deplecionamento dos reservatórios na última etapa do período de planejamento.

As Tabelas 6.1 e 6.2 apresentam as características físicas das duas usinas hidroelétricas escolhidas para as simulações:

Nome	capac. (MW)	Armaz. Max (Hm <sup>3</sup> )	Coef. Prod. (MW/m <sup>3</sup> /s)	Turb. Max (m <sup>3</sup> /s)	Turb. Minimo (m <sup>3</sup> /s)	Vol.inic. (% vol. útil)
A	1312	22950	0.745	1761	196	50

**Tabela 6.1 - Características da Usina Hidroelétrica A**

Nome	Capac. (MW)	Armaz. max (Hm <sup>3</sup> )	Coef. Prod. (MW/m <sup>3</sup> /s)	Turb. Max (m <sup>3</sup> /s)	Turb. Minimo (m <sup>3</sup> /s)	Vol.inic. (% vol. útil)
B	4082	34432	0.383	10651	1370	30

**Tabela 6.2 - Características da Usina Hidroelétrica B**

A tabela 6.3 abaixo ilustra o conjunto de usinas térmicas utilizadas nas simulações e suas características relevantes utilizadas no estudo:

Usina #	Cap. inst. (MW)	Custo Oper (\$/MWh)	Usina # (cont.)	Cap. inst. (MW)	Custo Oper (\$/MWh)
1	480	2.2	13	131	20.1
2	300	2.9	14	84	29.7
3	320	7.2	15	84	29.7
4	480	7.2	16	220	29.7
5	450	7.2	17	220	29.7
6	500	7.2	18	32	29.7
7	657	8.3	18	200	37.6
8	1309	8.4	20	270	37.6
9	1309	8.5	21	36	41.9
10	450	10.8	22	16	43.2
11	256	15.4	23	16	47.8
12	390	15.4	<b>Total</b>	8210	

**Tabela 6.3 - Características das Usinas Térmicas**

As usinas hidroelétricas, consideradas como estratégicas ou *price makers*, pertencem às “empresas” A e B, que atuam para maximizar seus lucros. As usinas térmicas são consideradas *price takers* e, a partir das produções das usinas hidroelétricas estratégicas, produzem o restante para atender a demanda da forma mais econômica possível, conforme descrito no capítulo 2. A capacidade agregada de produção destas usinas é suficiente para atender toda a demanda em cada etapa do período de estudo.

### 6.3.2. Descrição do Estudo

A simulação do sistema anteriormente descrito foi realizada sob duas óticas distintas:

- Determinação da política operativa e simulação do sistema num ambiente de operação de mínimo custo, utilizando o procedimento de “PDE-Minimização de Custos” descrito no capítulo anterior (operação centralizada).

- Determinação da política operativa e simulação do sistema num ambiente descentralizado baseado em ofertas de quantidade de energia (considerando como agentes *price makers* as usinas hidroelétricas e como *price takers* as usinas térmicas), usando o procedimento “PDE-Cournot” descrito neste capítulo.

Os modelos computacionais foram implementados utilizando a linguagem de programação Fortran e executados em um micro Pentium II 300 MHz. O tempo de processamento médio na execução de cada simulação foi de aproximadamente 7500s.

Para cada simulação, foram calculados os valores esperados dos preços *spot* do sistema, as energias produzida, as rendas líquidas das hidroelétricas e o custo operativo do sistema a cada etapa do período de estudo. Os resultados são discutidos a seguir.

### 6.3.3. Preço Spot Médio

A figura 6.1 abaixo mostra a média do preço *spot* em cada mês. Esta média é calculada a partir dos 1000 cenários de hidrologia produzidos por um modelo estocástico nas simulações finais executadas.

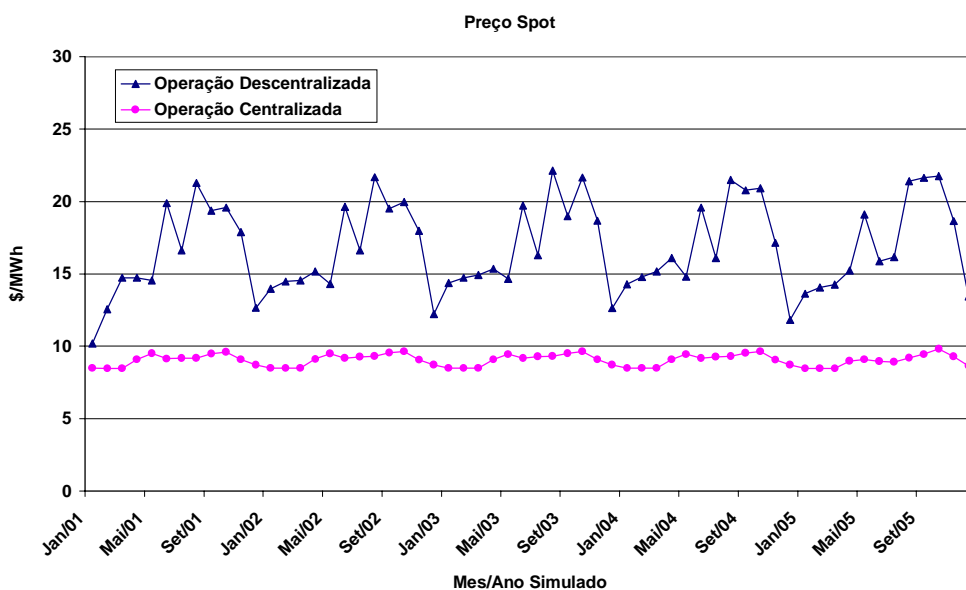


Figura 6.1 - Preço Spot

Observa-se a os valores do preço *spot* praticados em um despacho descentralizado são bem mais elevados comparando-se com os valores do despacho centralizado. Neste último, nota-se uma baixa volatilidade do preço *spot* e uma pequena sazonalidade do mesmo. Durante o período entre, aproximadamente, os meses de Maio a Outubro de cada ano simulado nota-se uma suave elevação do preço *spot*. A explicação é que estes meses são característicos de baixas afluências (períodos secos), ao contrário do período entre Novembro a Abril (períodos úmidos), e portanto um pouco mais da energia térmica necessita ser utilizada.

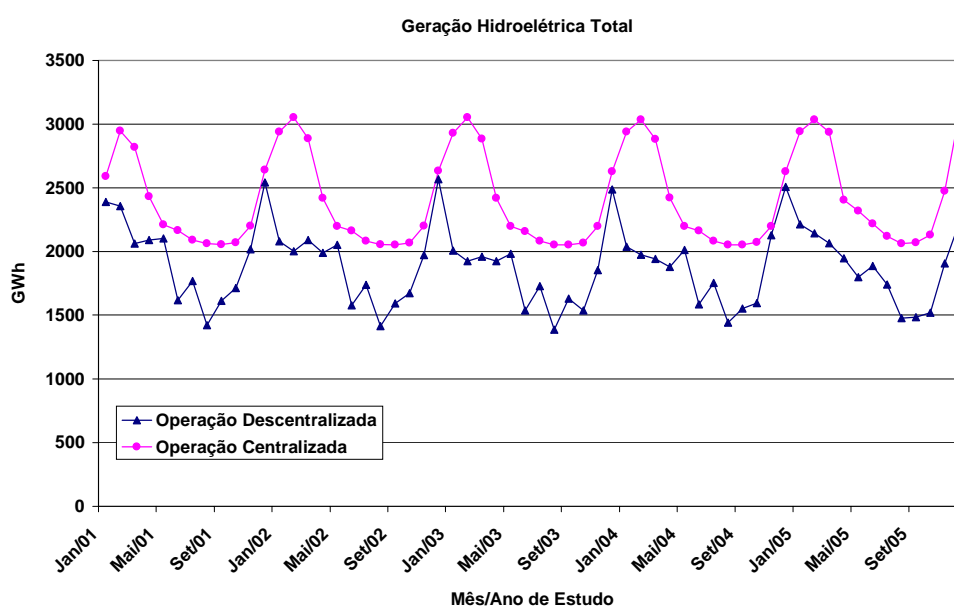
Em um despacho descentralizado, no entanto, para os mesmos períodos, o preço *spot* praticado é bem mais elevado. Isto mostra o interesse das empresas em reduzirem as

suas produções de energia nestes períodos secos de forma a elevar o preço *spot* e seus lucros. Isto será mostrado como um próximo resultado. Além disso observa-se que mesmo nos períodos úmidos o preço *spot* praticado é mais elevado do que no despacho centralizado, ainda que mais baixos que nos períodos secos, o que ilustra o permanente exercício de poder de mercado.

Portanto pode-se concluir que o poder de mercado é exercido por estas duas empresas estratégicas durante praticamente todo o período de estudo, sendo exercido com mais intensidade nos períodos secos.

### 6.3.4. Gerações Energéticas Médias

A figura 6.2 a seguir mostra a quantidade de energia total média gerada pelas hidroelétricas para cada um dos modelos de operação discutidos:



**Figura 6.2 - Gerações Totais Hidroelétricas**

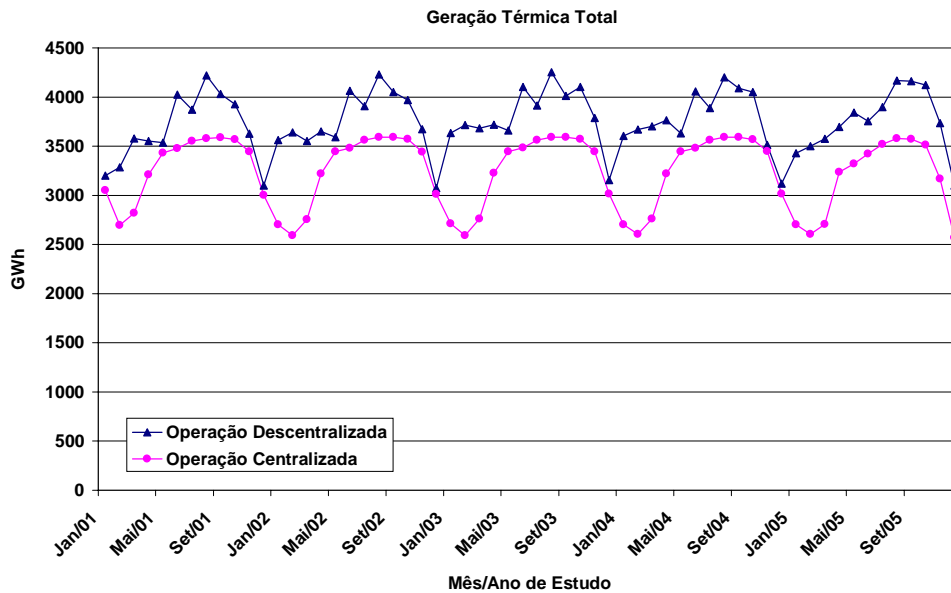
Observa-se que a quantidade de energia total hidroelétrica produzida pelas 2 usinas em uma operação descentralizada é sempre menor que a quantidade produzida quando a operação é centralizada. Isto justifica os altos preços *spot* praticados no ambiente desregulado, conforme apresentado anteriormente na figura 6.1.

No ambiente descentralizado, durante os períodos úmidos, nota-se uma maior geração hidroelétrica total do que a produzida nos períodos secos. Isto se deve aos bons cenários de afluência, onde a hidrologia permite maiores ofertas de energia.

Pode-se questionar então porque mesmo durante estes períodos úmidos, a geração hidroelétrica total não se iguala à produzida no despacho de mínimo custo. A explicação está na capacidade de armazenamento e transferência de energia para o próximo mês através do uso dos reservatórios das usinas. A oferta de energia produzida por uma usina é realizada de forma a maximizar seu lucro imediato mais o valor esperado do seu lucro futuro. Como no momento de ofertar a energia a perspectiva é a do lucro futuro ser maior do que o lucro hoje por causa da chegada de um período seco (onde o preço da

energia estará mais elevado), nos períodos úmidos a estratégia das usinas é aproveitar os bons cenários de hidrologia e armazenar água em seus reservatório para poder exercer um poder de mercado ainda maior nos períodos secos.

Como consequência da discussão anterior, a figura 6.3 abaixo ilustra a quantidade de energia térmica produzida em cada etapa para os dois tipos de operação estudados:



**Figura 6.3 - Geração Térmica Total**

Conforme o esperado a geração térmica é maior no despacho descentralizado, o que consequentemente determina preços *spot* mais altos do que no despacho centralizado. Além disso, durante os períodos secos (Maio a Outubro de cada ano, aproximadamente) observa-se uma maior elevação da produção térmica pois estes são os períodos onde o poder de mercado é exercido com maior intensidade pelas usinas hidroelétricas, conforme observado na discussão anterior e na figura 6.2.

Para analisar o comportamento particular de uma das usinas hidroelétricas que compõe o sistema, a figura 6.4 abaixo ilustra as gerações médias para a usina B durante o período estudado:

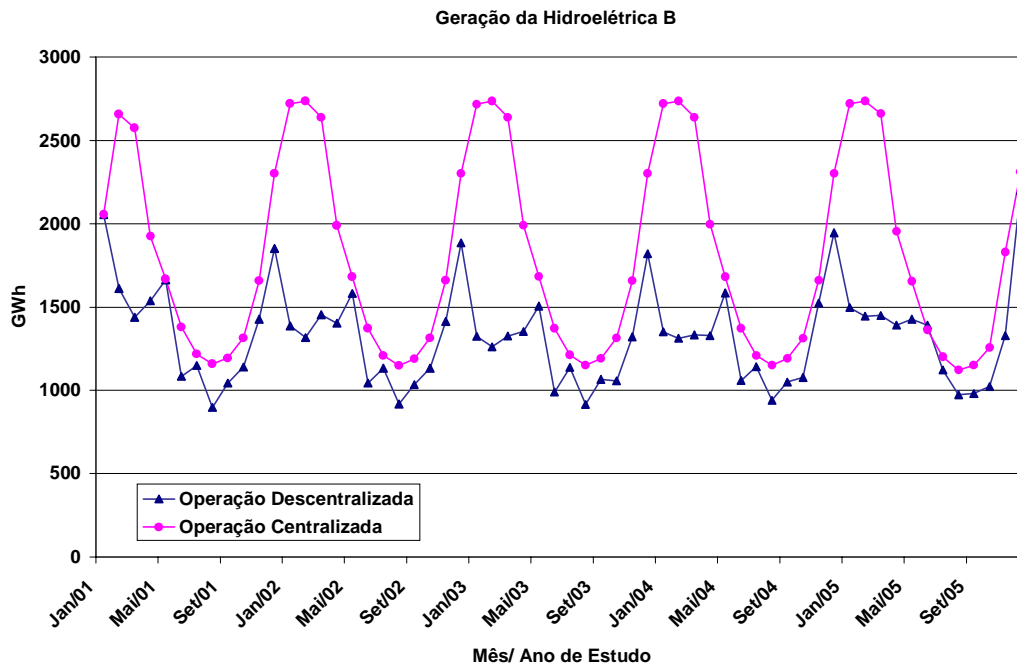


Figura 6.4 – Geração da Hidroelétrica B

Observa-se então que esta usina reduz sensivelmente suas ofertas de energia em um despacho descentralizado, principalmente nos períodos secos, em relação ao que produziria caso tivesse seu despacho determinado por um operador centralizado do sistema.

### 6.3.5. Renda Média das Usinas

Uma outra importante variável a ser monitorada nesta análise é a diferença entre a remuneração média das usinas hidroelétricas nos dois tipos de operação.

A tabela a seguir ilustra as rendas individuais *totais* esperadas pelas usinas hidroelétricas durante os 5 anos estudados<sup>14</sup>. Os valores estão em bilhões de Reais.

Usina (Empresa)	Centralizada GR\$	Descentralizada GR\$
A	0.34	0.57
B	0.98	1.40

Tabela 6.4 - Renda das Usinas

Observa-se que na operação descentralizada as rendas das empresas (usinas) são mais de 50% maiores do que as rendas obtidas pelas mesmas empresas num despacho centralizado, devido à manipulação de mercado provocado pelas mesmas.

Convém mencionar que a renda da "empresa" B é bem maior que a renda da "empresa" A pelo simples motivo da sua capacidade de produção<sup>15</sup> ser bem maior que a capacidade

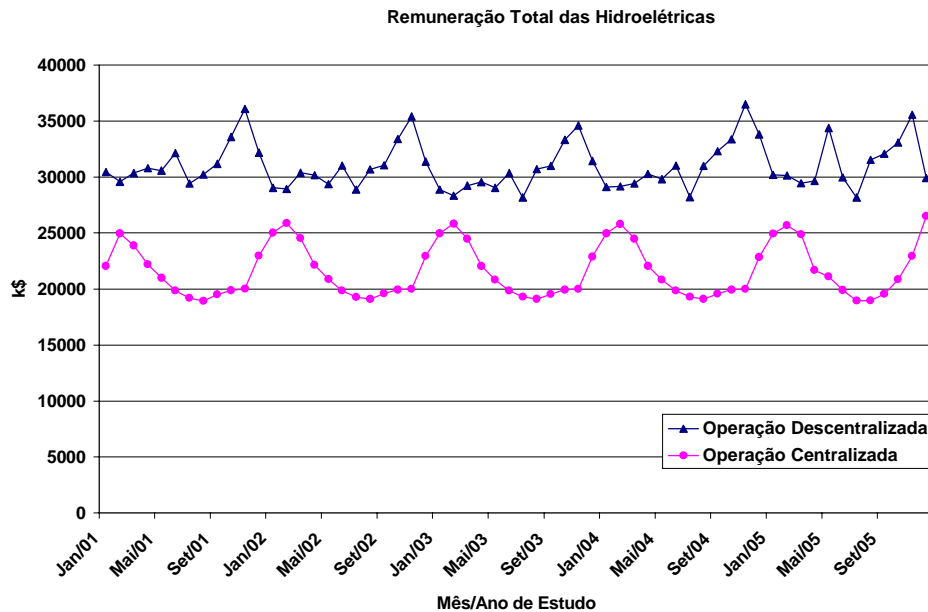
<sup>14</sup> Para este estudo foi utilizada uma taxa de desconto de 12% a.a.

<sup>15</sup> Isto pode ser verificado através da capacidade de turbinamento máximo (MW/m<sup>3</sup>/s) desta usina na tabela 6.2 da seção 6.3.1 deste mesmo capítulo.



de produção de A. Não há relação com uma eventual manipulação de mercado "individual" realizada por esta usina e que viesse apenas a beneficiá-la. A manipulação de mercado, quando exercida por um agente qualquer, "beneficia" automaticamente os demais agentes no mercado; que passam a ser remunerados pelo novo preço praticado pelo exercício deste poder de mercado.

A figura 6.5 abaixo mostra a remuneração total obtida pelas usinas hidroelétricas a cada etapa do período de estudo:



**Figura 6.5 - Remuneração Total das Usinas Hidroelétricas**

A remuneração total das usinas é sempre maior no despacho descentralizado que no centralizado. Além disso é interessante observar a existência de etapas, como os meses de Janeiro, onde a remuneração total obtida no ambiente desregulado chega a ser quase 80% superior à obtida no ambiente centralizado.

### 6.3.6. Custo Operativo

A tabela 6.5 mostra o custo total esperado de operação do sistema, por tipo de operação realizada, para os 5 anos do período de estudo. Os valores estão em bilhões de Reais.

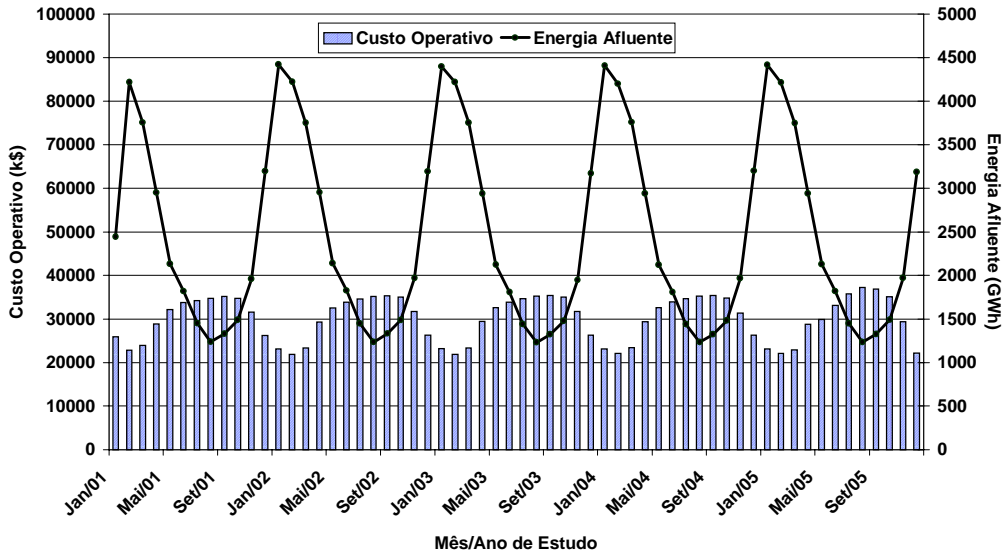
Centralizada	Descentralizada
GR\$	GR\$
1.99	3.39

**Tabela 6.5 - Custo Operativo do Sistema**

Observa-se um custo de operação esperado em um ambiente descentralizado mais de 80% superior ao valor esperado no despacho centralizado.

A figura 6.6 abaixo mostra o custo esperado de operação em cada mês para a operação centralizada do sistema. Na mesma figura, além do custo operativo, mostra-se também a energia afluyente ao sistema. Esta é obtida somando-se as energias afluentes a cada usina

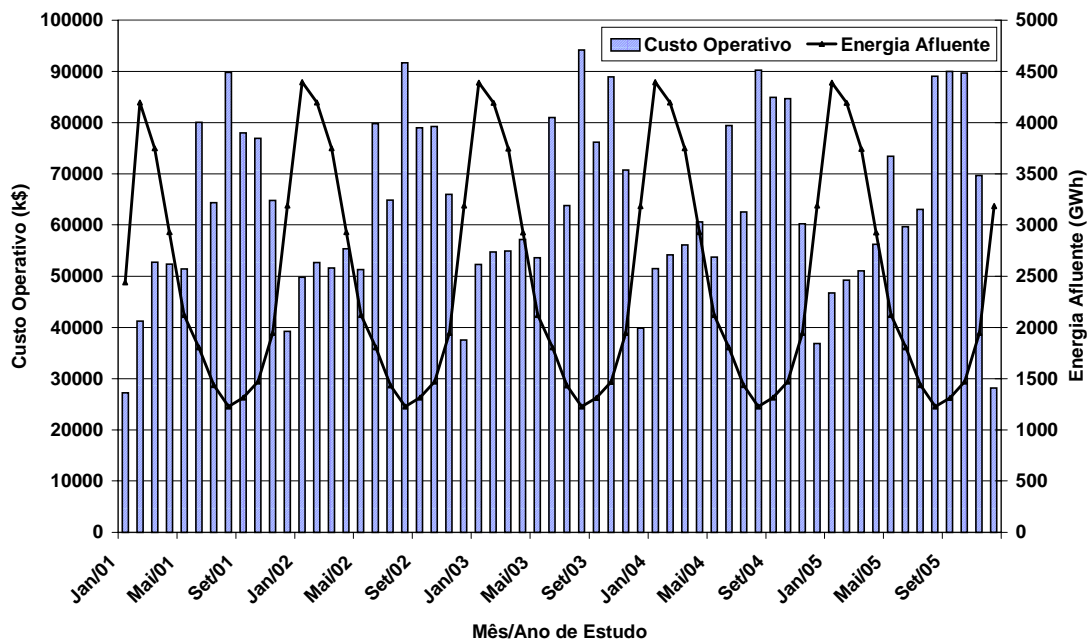
hidroelétrica em cada mês. As energias afluentes são obtidas para cada usina pelo produto da vazão mensal afluente à usina ( $m^3/s$ ) pelo coeficiente de produção da mesma ( $MW/m^3/s$ ) e pelo número de horas do mês.



**Figura 6.6 - Custo Operativo x Energia Afluente ao Sistema (Centralizado)**

Como poderia se esperar, a figura ilustra uma correlação negativa entre esta energia afluente ao sistema, que serve como um indicador da situação hidrológica do sistema, e os custos operativos: quando a hidrologia está boa, a operação térmica diminui e com ela os custos operativos. Quando a hidrologia está ruim, ocorre o inverso.

A figura 6.7 abaixo apresenta os mesmos valores anteriores, custos operativos mensais e energia hidroelétrica afluente ao sistema, só que para a operação descentralizada do sistema.



**Figura 6.7 - Custo Operativo x Energia Afluente ao Sistema (Descentralizado)**

Conforme o esperado, a figura também mostra a correlação negativa existente entre a energia afluente ao sistema e os custos operativos. No entanto, devido ao potencial para manipulação de preços neste tipo de operação, observam-se custos operativos mensais bem mais elevados nesta figura do que na figura 6.6 anterior que ilustra o despacho de mínimo custo.

## 7. MECANISMOS PARA REDUÇÃO DE PODER DE MERCADO

Nos capítulos anteriores, foram investigadas as estratégias de ofertas dos agentes hidroelétricos no setor de geração de energia elétrica. Este capítulo analisa algumas medidas mitigatórias que objetivam minimizar eventuais aumentos abusivos de preço, como os vistos no Capítulo 6 desta dissertação. Em particular, será examinado o efeito mitigatório de se estabelecer níveis mínimos de contratação entre geradores e demandas.

### 7.1. Introdução

No Capítulo 6 foi apresentado um procedimento para detectar poder de mercado em potencial e ilustrado seu efeito negativo nos preços *spot* do sistema. Dado que este efeito é indesejável para a sociedade, os agentes reguladores tentam determinar medidas e procedimentos para evitar ou desencorajar o exercício do poder de mercado. Kelman [23] apresenta algumas medidas mitigatórias adotadas ou propostas nos mercados elétricos do mundo:

- (a) *limites de oferta*: o agente regulador estabelece “tetos” (“*caps*”) para a oferta máxima dos geradores, para o preço *spot* do sistema e/ou lucros das empresas. Estes “*caps*” são baseados nos custos de combustíveis, estimativas sobre custos de operação e manutenção e custos de partida dos geradores. Por exemplo, a solução adotada na Inglaterra foi estabelecer um lucro máximo permitido às empresas de geração ao final de cada ano fiscal [48].
- (b) *ofertas da demanda*: os consumidores livres e empresas de distribuição fariam ofertas de compra de energia no Mercado Atacadista de Energia (“*demand side bidding*”), funcionando de maneira simétrica aos geradores. O preço *spot* neste caso seria o valor que igualaria as curvas de oferta e demanda. Muitos autores [9,10,43] argumentam que esta seria a estratégia mais eficaz de combate ao poder de mercado.
- (c) *incentivo à competição* – isto pode ser feito através do incentivo por parte dos governos locais à entrada de novos agentes e/ou reforço de interconexões, que permitem a entrada de agentes em regiões vizinhas (ver por exemplo [12,13,43]).
- (d) *níveis mínimos de contratação* – o agente regulador determina quantidades (níveis) mínimos de energia contratada que os agentes geradores devem ter com suas demandas. O esperado é que, devido a seus contratos, os agentes geradores possuam menos energia a ser comercializada no Mercado Atacadista de Energia e diminua o potencial para a manipulação de mercado.

Neste trabalho, será examinado em detalhe o efeito mitigatório de se estabelecer níveis mínimos de contratação entre geradores e demandas (alternativa (d)). Este efeito será inicialmente analisado de maneira analítica e, em seguida, incorporando a dinâmica temporal através de um procedimento de programação dinâmica estocástica semelhante ao apresentado no capítulo anterior. O efeito destas medidas será ilustrado com o mesmo sistema utilizado no capítulo anterior.

## 7.2. Contratos a Termo

A análise desta tese estará centralizada nos chamados *contratos a termo* (ou contratos “forward”). Outros tipos de contratos são discutidos em [28]. Um contrato a termo no setor elétrico é um instrumento legal onde o vendedor se compromete a entregar ao comprador uma quantidade determinada de energia (MWh) a um preço acordado (\$/MWh), em um local pré-estabelecido (e.g. região Sul) e num momento específico no futuro (e.g. março de 2003).

Suponha por exemplo que um gerador vendeu *hoje* um contrato a termo de  $x$  MWh a um preço de  $p_c$  \$/MWh, com vencimento no estágio  $t$ . Nesta data, a produção do gerador é de  $E$  MWh, o consumo da demanda é  $D$  MWh e o preço *spot* do sistema é  $\pi_d$  \$/MWh. A *renda* do gerador ( $R_g$ ) e o *pagamento* da demanda ( $P_d$ ) são dados por:

$$\begin{aligned} R_g &= \pi_d E + (p_c - \pi_d)x \\ P_d &= \pi_d D + (p_c - \pi_d)x \end{aligned} \tag{7.1}$$

As expressões anteriores contém duas parcelas: na primeira, o gerador e demanda vendem (compram) sua produção  $E$  (consumo  $D$ ) no mercado *spot*, da maneira tradicional. Na segunda, o gerador e demanda recebem (pagam) o produto da *diferença* entre o preço contratado e o *spot* e a quantidade contratada.

Suponha que o preço do contrato  $p_c$  corresponda ao valor esperado do preço *spot*. Se o preço *spot* for baixo (i.e.  $\pi_d$  menor que  $p_c$ ), o segundo termo é positivo, e o gerador recebe uma remuneração adicional à remuneração *spot*  $\pi_d E$ . Portanto, o contrato *protege* o gerador contra preços *spot* reduzidos. Por outro lado, se o preço *spot* for alto ( $\pi_d$  maior que  $p_c$ ), a demanda recebe uma remuneração adicional, que compensa seus gastos de compra no *spot*  $\pi_d D$ . Em outras palavras, os contratos a termo, na grande maioria dos casos<sup>16</sup>, são instrumentos puramente *financeiros* para proteção contra a volatilidade de preços no mercado de energia. O valor contratado  $x$  não afeta a operação do sistema e não está necessariamente relacionado com a produção ou o consumo físico no estágio.

Observa-se, por outro lado, que o *interesse estratégico* do gerador muda à medida que aumenta seu nível de contratação. Observa-se em (7.1) que um gerador não contratado ( $x = 0$ ) aumenta seu rendimento à medida que aumenta o preço *spot*. Portanto, como já visto nos capítulos anteriores, ele teria interesse em exercer seu poder de mercado para “forçar” um aumento neste preço. Por outro lado, um gerador fortemente contratado aumenta seu rendimento à medida que *diminui* o preço *spot*. Portanto, ele já não teria interesse em exercer seu poder de mercado. Conclui-se portanto que o nível de contratação pode ser um instrumento regulatório para mitigar o poder de mercado.

A seguir será analisado analiticamente o comportamento de usinas *price makers* considerando diferentes níveis de contratação.

---

<sup>16</sup> Em países como El Salvador os contratos são instrumentos *físicos*, sendo comunicados ao operador do sistema e afetando portando o despacho.

### 7.3. Equilíbrio de Nash-Cournot com Contratos – Caso Estático

#### 7.3.1. Equações de Equilíbrio

Seguiremos com a mesma notação e metodologia da seção 4.1. Considera-se um mercado com  $N$  usinas estratégicas *price makers*, onde cada usina  $i$  possui uma quantidade de energia contratada  $x_i$  a um preço de contrato  $p_c(i)$ . A renda líquida para o produtor  $i$  dadas as quantidades produzidas pelos outros  $N-1$  competidores é:

$$R(i) = p(Q)E(i) - (c(i)E(i)) - x_i(p(Q) - p_c(i)) \quad (7.2)$$

No equilíbrio de Nash-Cournot,  $E^*(1), \dots, E^*(N)$  devem satisfazer:

$$E^*(i) = \arg \max_E [p(Q) \cdot E(i) - c(i) \cdot E(i) - x_i(p(Q) - p_c(i))] \quad (\forall i = 1, 2, \dots, N)$$

A quantidade a ser produzida que maximiza o lucro de cada produtor estratégico  $i$  é obtida derivando-se a expressão (7.2) com respeito à  $E(i)$  e igualando a zero:

$$\frac{\partial R(i)}{\partial E(i)} = 0 \quad \forall i = 1, 2, \dots, N \quad (7.3)$$

Desta forma, temos:

$$\begin{aligned} \frac{\partial R(i)}{\partial E(i)} = 0 &\Leftrightarrow \frac{\partial}{\partial E} \left( \frac{(D - \sum_{k=1}^N E(k))E(i)}{\alpha} - c(i)E(i) - x_i(p(Q) - p_c(i)) \right) = 0 \\ &\frac{D - E(i) - \sum_{k \neq i} E(k)}{\alpha} - \frac{E(i)}{\alpha} - c(i) + \frac{x_i}{\alpha} = 0 \\ &2E(i) + \sum_{k \neq i} E(k) = D - \alpha \cdot c(i) + x_i \quad \forall i = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (7.4)$$

De forma análoga à expressão (4.7) do capítulo 4, a expressão (7.4) é um sistema linear de  $N$  equações e  $N$  incógnitas cuja solução produz a situação de equilíbrio. Matricialmente, o conjunto de equações (7.4) pode ser escrito como:

$$\mathbf{M} \mathbf{E} = \mathbf{R} \quad (7.5)$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & \dots \\ 1 & 2 & 1 & \dots \\ \dots & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E(1) \\ E(2) \\ \vdots \\ E(N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D - \alpha \cdot c(1) + x_1 \\ D - \alpha \cdot c(2) + x_2 \\ \vdots \\ D - \alpha \cdot c(N) + x_N \end{bmatrix}$$

Esta matriz possui estrutura análoga à matriz (4.9) obtida na seção 4.3. Portanto, podemos determinar as quantidades de energia produzidas através da inversão da matriz  $\mathbf{M}$  e do produto  $\mathbf{M}^{-1}\mathbf{R}$ , pelo mesmo processo apresentado naquele capítulo. Assim, após

determinar os componentes diagonais  $\lambda$  e fora da diagonal  $\mu$  da matriz  $\mathbf{M}^{-1}$ , como em (4.13) e (4.14), temos:

$$E^*(i) = \lambda(D - \alpha.c(i) + x_i) + \mu \left( (N-1)D + \sum_{k \neq i} x_k - \alpha \sum_{k \neq i} c(k) \right),$$

onde:

$$\mu = -\frac{1}{N+1} \text{ e } \lambda = \frac{N}{N+1}$$

Logo,

$$E^*(i) = D \left( \frac{1}{N+1} \right) + \left( \frac{N}{N+1} \right) (x_i - \alpha c_i) + \left( \frac{1}{N+1} \right) \left( \alpha \sum_{k \neq i} c(k) - \sum_{k \neq i} x_k \right) \quad (7.6)$$

O total de produzido pelos produtores estratégicos na posição de equilíbrio é:

$$Q_{\text{contr}} = \sum_{k=1}^N E^*(k) = \left( \frac{N}{N+1} \right) D - \frac{\left( \alpha \sum_{k=1}^N c(k) \right)}{N+1} + \frac{\left( \sum_{k=1}^N x_k \right)}{N+1} \quad (7.7)$$

### 7.3.2. Custos Marginais

Podemos determinar o custo marginal do sistema, nesta situação de equilíbrio através das expressões (4.4) do capítulo 4 e (7.7) deste capítulo:

$$p(N) = \frac{(N+1)D - ND - \sum_{k=1}^N x_k + \alpha \sum_{k=1}^N c(k)}{\alpha(N+1)} = \frac{D - \sum_{k=1}^N x_k + \alpha \sum_{k=1}^N c(k)}{\alpha(N+1)} \quad (7.8)$$

### 7.3.3. Remuneração Líquida dos Agentes Estratégicos

Multiplicando as expressões (7.6) e (7.8) obtém-se a remuneração de cada agente estratégico. Subtraindo-se o produto do custo de produção deste produtor  $i$  pela sua quantidade produzida, obtém-se a remuneração líquida de cada produtor estratégico na situação de equilíbrio:

$$R^*(i) = E^*(i) \times p(N) - E^*(i).c_i \quad (7.9)$$

No caso particular de todos os agentes estratégicos possuírem quantidades idênticas  $x$  de contratados e mesmo custo operativo  $c$ , pode-se escrever:

$$R^*(i) = \left( \frac{D - \alpha c + x}{N+1} \right) \left( \frac{D - Nx + \alpha Nc}{\alpha(N+1)} \right) - c \left( \frac{D - \alpha c + x}{N+1} \right)$$

Desenvolvendo a expressão anterior, obtém-se:

$$R^*(i) = \frac{(D - \alpha c)^2}{\alpha(N+1)^2} + \frac{x(D - N(D + x - \alpha c) - \alpha c)}{\alpha(N+1)^2} \quad (7.10)$$

A remuneração total então é dada por:

$$R_{total}^* = NR^*(i)$$

$$R_{total}^* = \frac{N}{(N+1)^2} \left( \frac{(D - \alpha c)^2 + x(D - N(D + x - \alpha c) - \alpha c)}{\alpha} \right)$$

Considerando um mercado conforme visto no capítulo 4, com N usinas hidroelétricas estratégicas e M produtores térmicos dependentes, apresenta-se a seguir dois estudos de caso que analisam o significado das expressões analíticas obtidas anteriormente.

#### 7.3.4. Exemplo 1

Por conveniência de apresentação estaremos considerando nos exemplos a seguir que todos os produtores estratégicos possuem iguais quantidades de contrato  $x$  e custos operativos  $c$  iguais. Neste caso, as expressões para energia produzida (7.6) e custo marginal (7.8) se reduzem a:

$$E^*(i) = \frac{D - \alpha c + x}{N + 1} \quad (7.11)$$

$$p(N) = \frac{D - Nx + \alpha Nc}{\alpha(N + 1)} \quad (7.12)$$

Observa-se nas expressões acima que a quantidade produzida por cada usina aumenta à medida em que eleva-se o nível de contratação da mesma. Coerentemente, o preço *spot* se reduz.

Em particular, se  $x = E(i)$ , ou seja, se a usina  $i$  está com 100% de sua produção contratada, tem-se de (7.11) que:

$$E^*(i) = \frac{D - \alpha c}{N}$$

$$\text{Logo, } Q_{\text{contr}} = N \cdot E^*(i) \Rightarrow Q_{\text{contr}} = D - \alpha c \quad (7.13)$$

As quantidades (7.12) correspondem às do despacho de mínimo custo (4.24) obtidas na seção 4.5 do capítulo 4. Conclui-se portanto que um nível de contratação adequado poderia chegar a eliminar todo o poder de mercado.

As Figuras 7.2, 7.3 e 7.4 a seguir apresentam respectivamente a geração total, preço *spot* e renda individual líquida das usinas hidroelétricas em função do número  $N$  de usinas no mercado e para diferentes níveis de contratação (% da demanda) para estas usinas.



Foram utilizados os mesmos dados da análise do caso exemplo 4.5 do capítulo 4 (uma etapa onde  $D = 100$  MWh,  $c = \$20/\text{MWh}$  e  $\alpha = 1$ ).

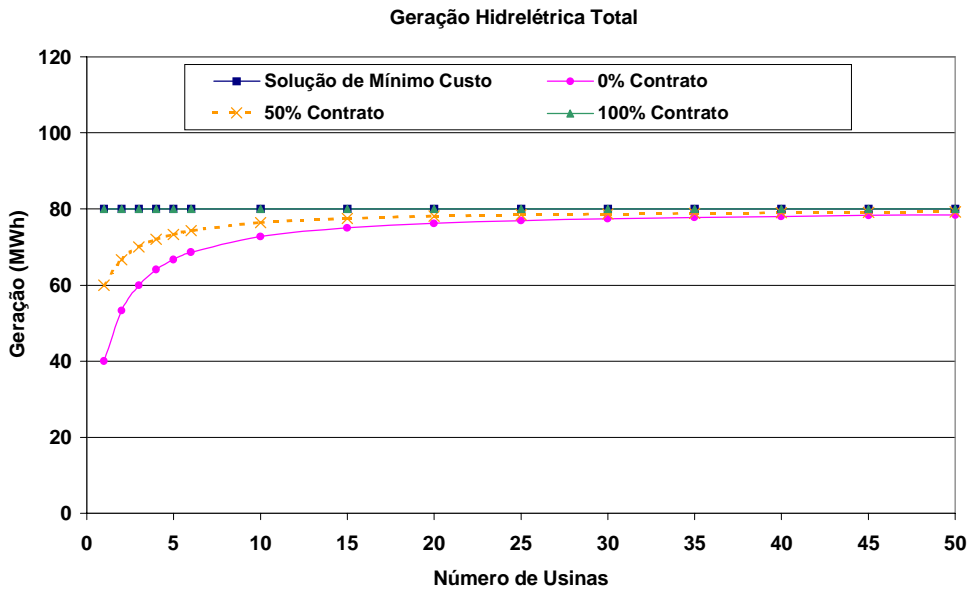


Figura 7.2 - Geração Hidroelétrica Total x Número de Usinas

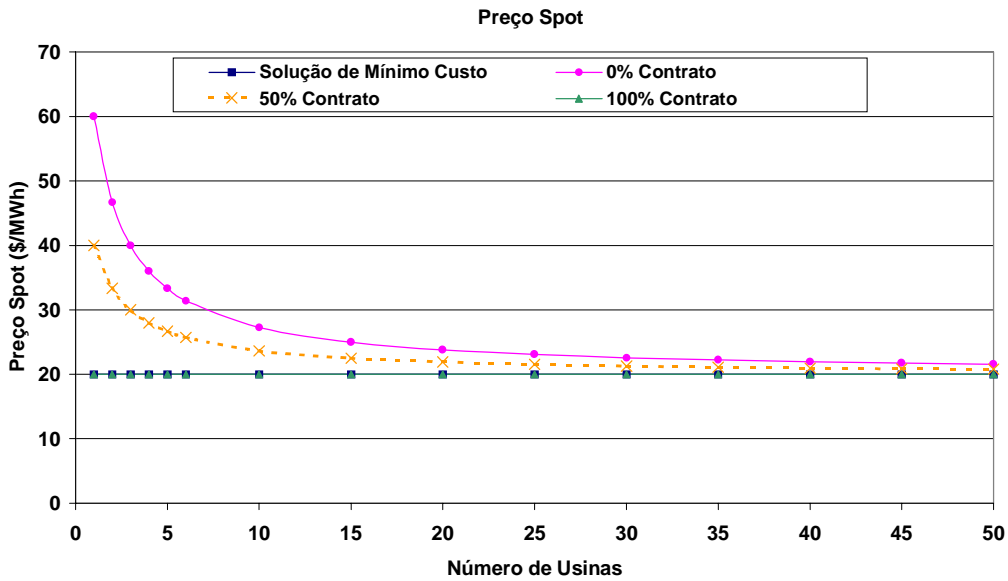
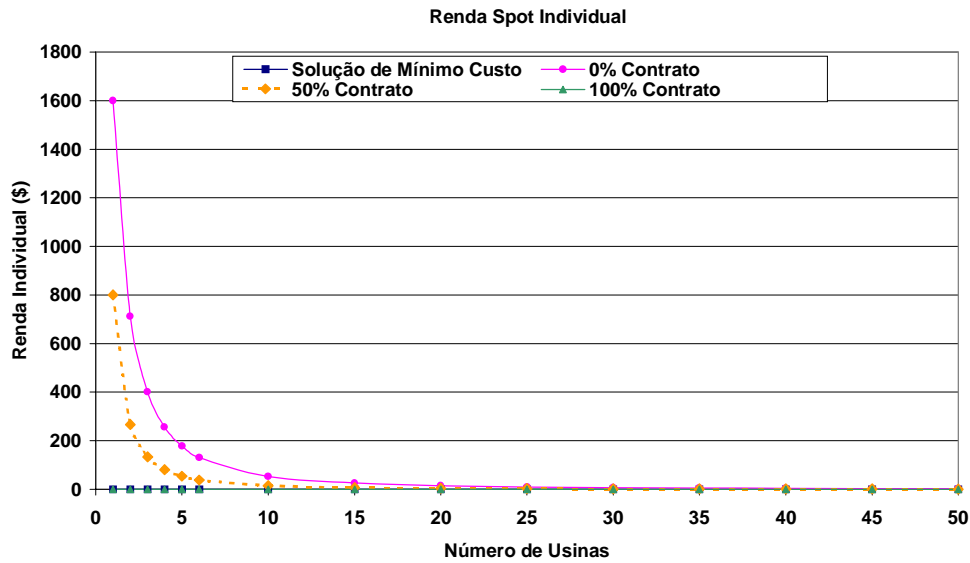


Figura 7.3 - Preço Spot x Número de Usinas



**Figura 7.4 - Renda Spot Individual Líquida x Número de Usinas**

A partir dos gráficos anteriores, observa-se que quanto mais elevado for o nível de contratação das usinas, maiores são as suas produções energéticas, conseqüentemente menores são o preço *spot* do sistema e as rendas *spot* líquidas individuais das usinas. Como esperado, para um nível de contratação de 100% para todas as usinas, o poder de mercado é significativamente reduzido e obtém-se valores para a produção energética, preço *spot* e renda análogos aos obtidos no despacho de mínimo custo, independente do número de usinas no mercado.

### 7.3.5. Exemplo 2

Suponha que só há uma usina *price maker* no sistema. A figura 7.5 abaixo mostra a produção da mesma e o preço *spot* para diferentes níveis de contratação. Foram utilizados mesmos dados das análises anteriores.

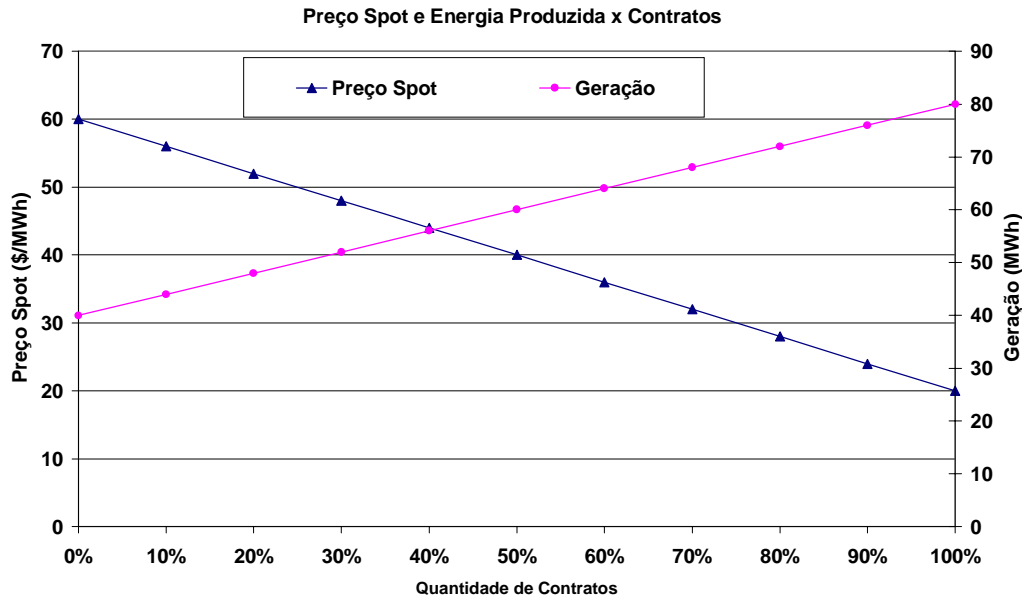


Figura 7.5 - Preço Spot e Geração x Quantidade Contratada

Se a usina está sem contratos, verifica-se uma geração pequena de 40 MWh e um alto preço *spot* de \$60/MWh. À medida em que se aumenta a quantidade de contratos desta usina (% de sua energia produzida), há uma redução do *spot* e um aumento da produção energética (devido à necessidade de atender o contrato), até a situação onde ela está com 100% de sua geração contratada, quando então o preço *spot* atinge seu valor mínimo de \$20/MWh.

Observa-se que no despacho de mínimo custo, a partir das expressões (4.20) e (4.22) do capítulo 4, esta única usina produziria  $Q_c = 80$  MWh e o preço *spot* seria  $p = \$20/\text{MWh}$ . Com base na figura 7.5, observa-se que estes são os valores obtidos para quantidade de energia produzida e preço *spot* quando esta usina está com 100% de sua produção contratada. Portanto, pode-se concluir que uma contratação de 100% tem um efeito interessante de convergir o despacho descentralizado para o despacho de mínimo custo.

E qual seria o comportamento de uma usina que tenha sido contratada para fornecer uma quantidade maior do que ela possa economicamente produzir? Neste caso, ela terá que "cumprir" seu contrato mediante a compra no mercado *spot* do restante da quantidade de energia necessária a fornecer o total contratado. E desta forma ela terá incentivos a *diminuir* o preço *spot*, já que terá que comprar a este preço a quantidade de energia restante para atender o seu contrato (os contratos são instrumentos financeiros).

## 7.4. Equilíbrio de Nash-Cournot com Contratos – Caso Dinâmico

O objetivo desta seção é analisar o efeito da contratação no comportamento dinâmico de agentes geradores. A metodologia de programação dinâmica estocástica da seção 6.2 do capítulo 6 foi adaptada para representar a parcela de contratos no cálculo da renda do gerador, como visto em (7.1). A modificação foi realizada apenas na rotina "Nash", que foi adaptada para representar esta parcela de contratos. O restante da recursão de PDE é análoga à descrita no capítulo 6. Esta rotina alterada está rescrita a seguir:

```
ROTINA NASH-CONTRATOS (t,k,V(),RS())
** DETERMINA VETOR DE ENERGIA TURBINADA ÓTIMA E REMUNERAÇÃO DAS 2 USINAS
** QUE SAEM DO EQUILÍBRIO DE NASH, CONSIDERANDO CONTRATOS PARA GERADORES
FAZER i = 1,2                                !INICIALIZAÇÕES POR USINA
. U(i)= UMIN(i)                               !INICIALIZA TURBINAMENTO
. VF(i) = MIN(V(i)+A(t,i,k)-U(i),VMAX(i)) !INICIALIZA BALANÇO HÍDRICO
. UOLD(i)= 0
FIM
ENQUANTO U(i)<>UOLD(i) REPETIR                !VERIFICA ATINGIU EQUILÍBRIO
. UOLD(i)=U(i) (i=1,2)                       !ATUALIZA VALORES ANTERIORES
. FAZER i=1,2                                 !LOOP DAS USINAS
. . RMAX=0, UOT=0                             !i = USINA QUE SE OTIMIZA
. . FAZER j=1, 21                             !TESTA ENERGIA TURBINADA ÓTIMA
. . . U(i)=UMIN(i)+(UMAX(i)-UMIN(i))*(j-1)/20 !VALOR ENERGIA TURBINADA
. . . CALL DESPACHO (t,U(),SPOT)              !CHAMA ROTINA DESPACHO
. . . QC(i)= %contr(i)* econtr(i)*Nohoras !DETERMINA QUANT. CONTRATADA
. . . DIF(i)= U(i)-QC(i)                      !QTD. ENERGIA NÃO CONTRATADA
. . . RI = SPOT*DIF + QC(i)*PC(i)            !REMUNERAÇÃO IMEDIATA
. . . VF(i) = MIN(V(i)+A(t,i,k)-U(i),VMAX(i))!BALANÇO HÍDRICO USINA i
. . . FRF = FRF(t+1,i,VF(1),VF(2))          !CALC. REMUNERAÇÃO FUTURA(FRF)
. . . RT = RI + FRF                           !REMUNERAÇÃO TOTAL
. . . SE RT > RMAX ENTÃO                     !VERIFICA SE SOLUÇÃO É MELHOR
. . . . RMAX=RT                              !ATUALIZA RENDA ÓTIMA
. . . . U_ot=U(i)                            !GUARDA TURB. ÓTIMO USINA i
. . . FIM SE
. . . RS(i) = RMAX                           !GUARDA REMUNERAÇÃO ÓTIMA FINAL
. . . U(i) = U_ot                            !GUARDA TURB.ÓTIMO FINAL USINA i
. . FIM
. FIM
FIM ENQUANTO
FIM ROTINA
```

### 7.4.1. Descrição do Estudo

Foi utilizado o mesmo sistema de duas hidroelétricas *price makers* do capítulo anterior. Para cada nível de contratação, foi calculada a política operativa (programação dinâmica estocástica com equilíbrio Nash-Cournot) e simulada a operação do sistema com o mesmo conjunto de cenários hidrológicos do estudo anterior, para um período de 5 anos e utilizando cinco anos adicionais ao último mês para evitar o deplecionamento dos reservatórios na última etapa do período de planejamento.

#### **7.4.2. Preço do Contrato**

O preço do contrato (\$/MWh) foi estabelecido como o valor esperado do preço *spot* do sistema ao longo dos meses no despacho centralizado de mínimo custo realizado no capítulo 5.

#### **7.4.3. Limite de Contratação das Usinas**

No caso de uma usina térmica, o limite de contratação está em geral associado a sua capacidade instalada, ajustada para levar em conta as indisponibilidades programada e forçada da mesma. Por exemplo, uma usina de 200 MW com 10% de fator de indisponibilidade estaria 100% contratada com 180 MW.

No caso de usinas hidroelétricas o problema é mais complexo, pois a capacidade de produção de energia da mesma depende obviamente das condições hidrológicas. Muitos países utilizam o conceito de capacidade de produção “firme”, ou “garantida”, de uma usina, que seria a demanda que a mesma poderia atender com um determinado grau de confiabilidade – por exemplo, para 95% dos cenários hidrológicos simulados, ou se ocorrer a pior seca registrada no histórico [23]. Neste trabalho, o limite de contratação de uma usina foi definido como o valor de contrato que torna nula a renda líquida esperada da usina no *spot*, isto é, onde o valor esperado das vendas no *spot* (quando a produção da hidroelétrica excede o valor contratado) é igual ao das compras no *spot* (quando a produção é inferior ao contrato).

#### 7.4.4. Resultados das Simulações

A figura 7.6 mostra o valor esperado do preço *spot* para quatro níveis de contratação: 0%, 20%, 50% e 100%. Assim como no caso estático, observa-se que este preço diminui com o nível de contratação. Em particular, com 100% de contrato ele se torna igual ao da operação centralizada.

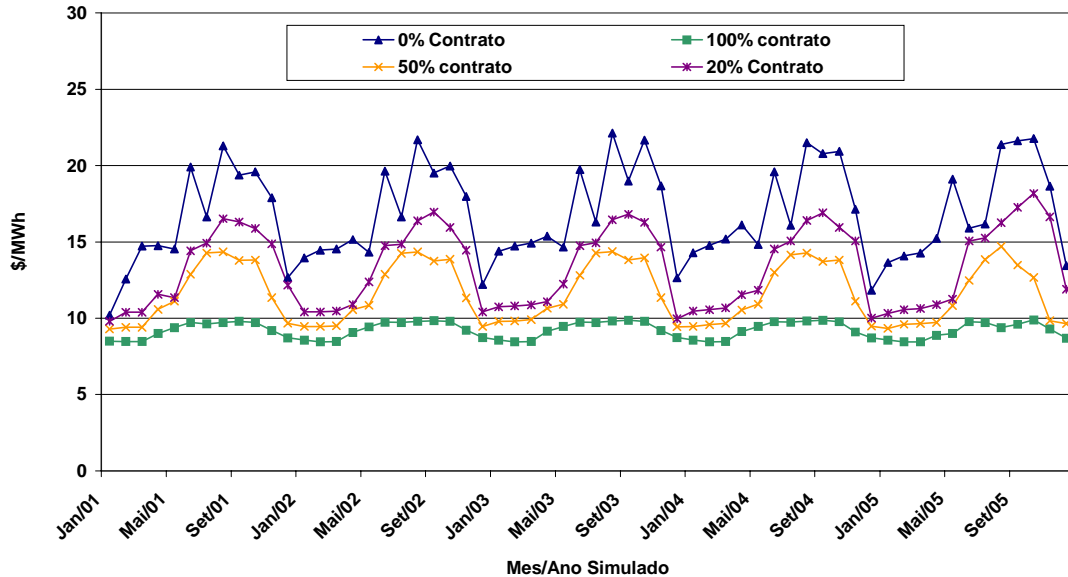
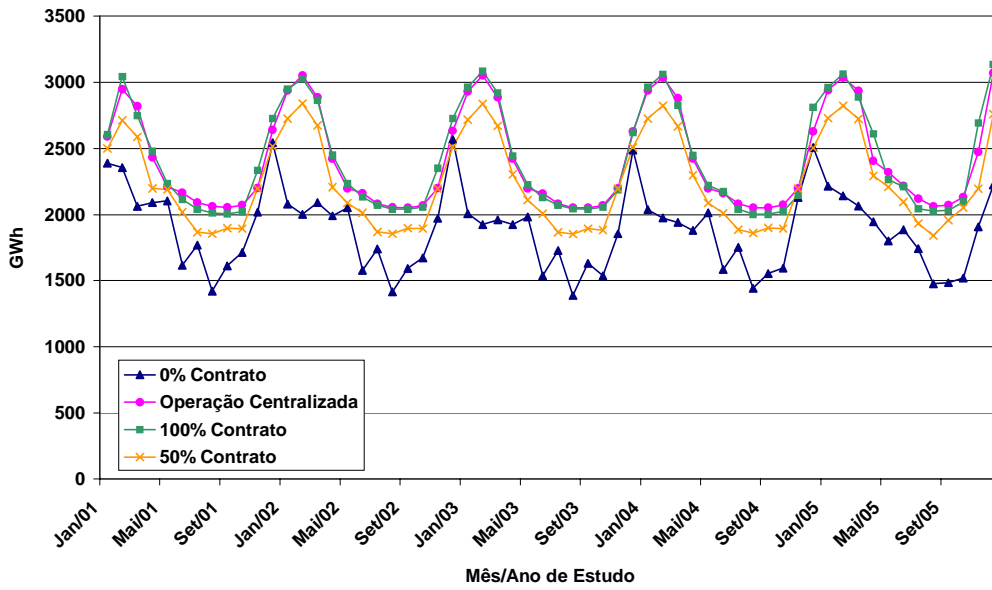
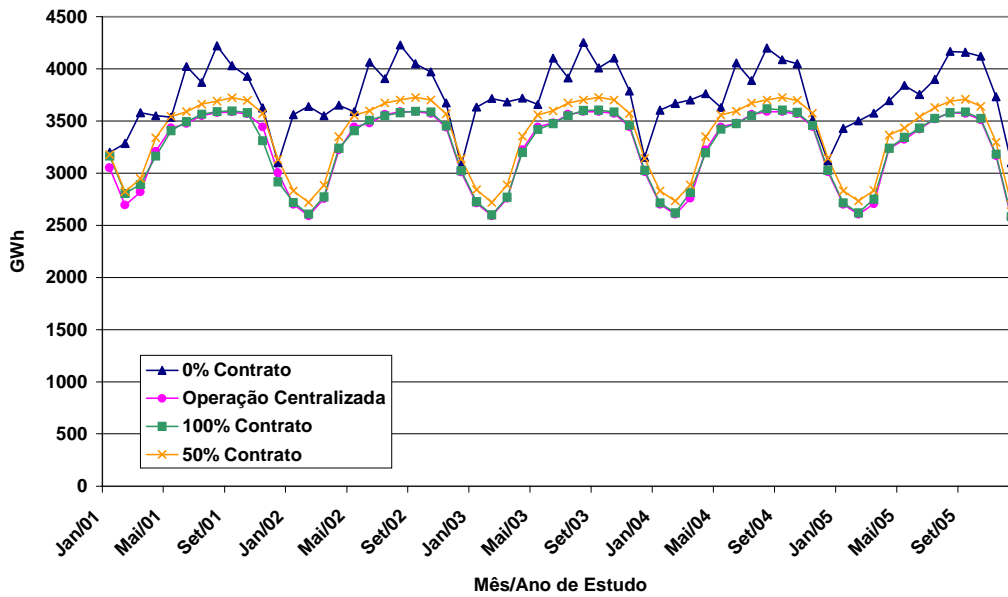


Figura 7.6 - Preço Spot x Nível de Contrato

A figuras 7.7 e 7.8 mostram respectivamente o valor esperado das gerações hidrelétrica e térmica para três níveis de contratação (0%, 50% e 100%). Também como esperado, o aumento de contratação faz com que a oferta hidrelétrica aumente, com a conseqüente redução da produção térmica.

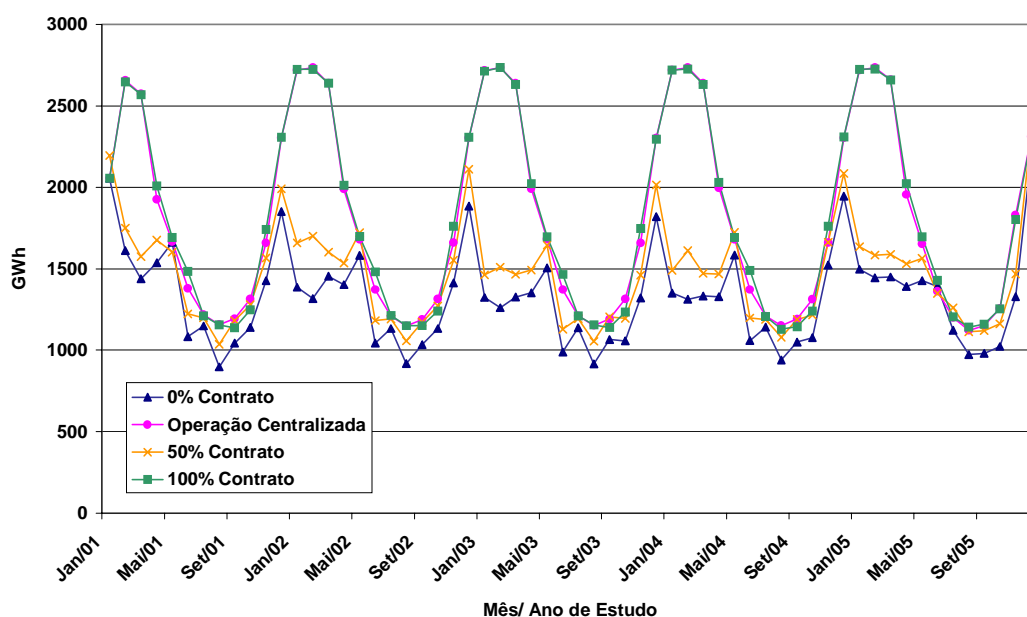


**Figura 7.7 – Geração Hidroelétrica Total x Nível de Contrato**



**Figura 7.8 – Geração Térmica Total x Nível de Contrato**

Finalmente, a Figura 7.9 mostra a geração média para a usina B durante o período estudado. Observa-se que maiores níveis de contratação induzem um padrão de regularização do reservatório parecido com o da operação centralizada.



**Figura 7.9 - Geração da Hidroelétrica B x Nível de Contrato**

A tabela 7.1 mostra o valor esperado da renda de cada usina para diferentes níveis de contratação ao longo dos cinco anos do estudo.

Nível Contrato (%)	A (R\$ bilhões)	B (R\$ bilhões)
0	0.57	1.40
50	0.39	1.00
100	0.34	0.98
Centralizado	0.34	0.98

**Tabela 7.1 – Renda das Hidroelétricas (R\$ bilhões) x Nível de Contrato**

Como esperado, a renda das usinas diminui com o nível de contratação, convergindo para a do despacho centralizado quando o nível chega a 100%. Vale lembrar que isto ocorre porque o preço do contrato foi estimado como o valor esperado do preço *spot* do despacho centralizado.

Por fim, a Tabela 7.2 e a Figura 7.10 mostram respectivamente o valor esperado do custo operativo total ao longo dos cinco anos e por mês.

Nível Contrato (%)	C.Oper. (R\$ bilhões)
0	3.40
50	2.71
100	1.99
Centralizada	1.99

**Tabela 7.2 - Custo Operativo do Sistema**



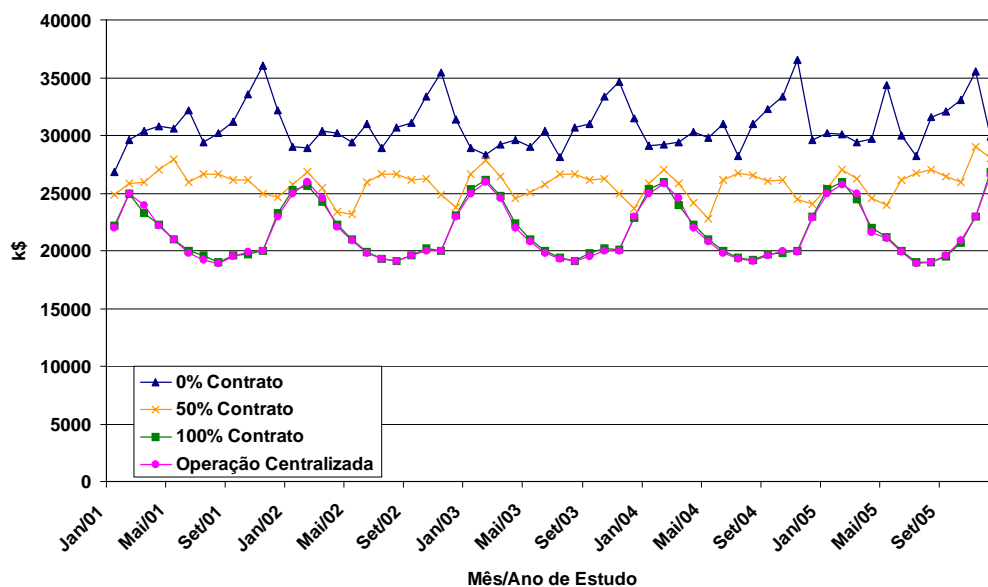


Figura 7.11 - Custo Operativo x Nível de Contratação

## 7.5. Análise Final

Com base nas simulações e comparações realizadas neste capítulo, pode-se concluir que o nível de contratação constitui um mecanismo eficiente para mitigar o exercício de poder de mercado.

No entanto, a utilização de contratos pode também dar origem a outro potencial para manipulação de mercado a longo prazo. Como discutido por Newbery em [29], os agentes geradores com alto nível de contratação podem manter o preço *spot* artificialmente *baixo*, evitando desta forma a entrada de novos agentes no mercado. Esta possibilidade não foi analisada neste trabalho.

## 8. CONCLUSÕES

Uma das grandes dificuldades para permitir a eficiente implementação de mercados elétricos competitivos é a prática de poder de mercado.

Nesta tese foi realizado o estudo do poder de mercado em sistemas hidrotérmicos com operação descentralizada e de mecanismos para minimizar seu exercício, onde em particular foi estudado detalhadamente a utilização de níveis de contratação obrigatórios entre geradores e suas demandas.

Conforme analisado nesta dissertação, Simulações em um modelo de mercado analítico *estático* com produtores hidroelétricos estratégicos mostraram que a energia total produzida na solução de Nash-Cournot difere da solução de mínimo custo por um fator  $(N/(N+1))$ . Isto significa que a energia total produzida será menor em um mercado com alguns produtores estratégicos que na solução de mínimo custo, mostrando que os produtores estratégicos tendem a diminuir sua produção energética para elevar o preço *spot* e conseqüentemente suas rendas.

À medida em que mais agentes são introduzidos neste mercado (tornando-o mais competitivo), a solução de Nash-Cournot aproxima-se da solução de mínimo custo. Para um número suficiente de agentes, tanto o preço *spot* quanto a quantidade total de energia produzida se aproximam dos valores obtidos no despacho de mínimo custo.

Em um modelo de mercado *dinâmico*, onde foi introduzido o acoplamento temporal que caracteriza os sistemas hidrotérmicos e os agentes maximizam a soma do seu lucro imediato com o valor esperado do lucro futuro, o modelo de mercado foi simulado por um procedimento de programação dinâmica estocástica modificado para incorporar a dinâmica de ofertas dos agentes até estas corresponderem a um equilíbrio de Nash-Cournot. Observou-se que as usinas hidro conseguiram elevar o preço *spot* através da redução de suas produções energéticas; ampliando a diferença entre os preços *spot* obtidos no despacho baseado em ofertas e quando o mesmo sistema foi simulado em um despacho de mínimo custo.

Portanto, conforme observado através dos resultados das simulações efetuadas, a prática de *poder de mercado* por algumas empresas em mercados desregulados pode causar uma perda de eficiência econômica no despacho realizado quando comparado com a operação centralizada de mínimo custo, como por exemplo um custo de operação extremamente elevado em virtude dos altos preços praticados.

É importante salientar que estes fatos foram realmente observados em sistemas reestruturados e cujos despachos são baseados em ofertas dos geradores. Na Inglaterra, como já mencionado na tese, depois que a reestruturação aconteceu, o professor Littlechild - o regulador do sistema - foi forçado a impor um limite superior no lucro total das duas companhias geradoras (Powergen e National Power). Na Colômbia, por outro lado, os preços *spot* praticados em um ambiente de mercado divergiram claramente de seus valores obtidos no despacho centralizado e executado por um operador do sistema, conduzindo conseqüentemente a um aumento do custo operativo do sistema colombiano. O potencial para o exercício de poder de mercado é existente

também em algumas regiões dos Estados Unidos (Califórnia, New Jersey e Colorado), El Salvador e Austrália.

Para controlar a prática de *poder de mercado*, nesta tese analisou-se o efeito mitigatório de se estabelecer níveis mínimos de contratação entre geradores e demandas. Este efeito foi analisado inicialmente de maneira analítica em um modelo de mercado *estático*, e em seguida incorporando-se a dinâmica temporal do processo simulando um modelo de mercado *dinâmico* através de um procedimento de programação dinâmica estocástica.

Em ambos os casos foi verificada a eficiência da utilização de níveis de contratação como mecanismo para minimizar o poder de mercado. Concluiu-se que um nível de contratação adequado poderia chegar a eliminar todo o poder de mercado, convergindo o despacho descentralizado para o despacho de mínimo custo.

A existência de manipulação de mercado pode ser aceita como uma possibilidade na tentativa de promover mercados elétricos competitivos, devido à dificuldade de eliminar o problema totalmente, mas é necessário criar regras de mercado e mecanismos de controle que mitiguem a existência de poder dominante (não o incrementem) assim como que dificultem ou impossibilitem seu exercício. A entrada de novos competidores no mercado é também um importante fator que pode limitar o exercício de poder de mercado e deve ser incentivada.

É necessário o incentivo ao acesso aberto às informações do sistema elétrico e do mercado, no que se diz respeito a dados como resultados técnicos e comerciais. Os agentes, ao perceberem que suas atitudes serão de conhecimento público, sabem também que não podem exercer abusos sem correr riscos de serem identificados. Isto promove nos agentes um comportamento procurando respeitar as regras de mercado e permite colocar em evidência as condições que requerem uma análise especial por poder corresponderem a possíveis atitudes anti-competitivas.

Como último recurso, sempre deve existir um marco regulatório e órgãos de controle que possam intervir ante uma empresa com condições de abuso de poder de mercado, procurando estabelecer regras particulares de operação para esta empresa ou ainda obriga-la a diversificar parte de sua propriedade, caso a concentração tenha sido a causa da manipulação de mercado.

## 9. REFERÊNCIAS

- [1] Allaz, B. e J.L.Vila – *Cournot Competition, Forward Markets and Efficiency*, *Journal of Economic Theory*, 59(1): 1-17 (1993)
- [2] *An International Comparison of Models for Measuring Market Power in Electricity* – Energy Modeling Forum, Stanford University, March 1999
- [3] *A Competitive Electricity Industry* – Energy Modeling Forum, Stanford University, March 1999
- [4] *Analisis sobre Posible Poder de Mercado en la Bolsa de Energia Colombiana* – Relatório Técnico, Mercados Energéticos S.A., Junho 1999
- [5] Bakerman, R.; Denton, M.; Rassenti, Stephen and Smith, V. – *Market Power In A Deregulated Electrical Industry: An Experimental Study*, Economic Science Laboratory, University of Arizona, Fevereiro 1997
- [6] Bialas W.F – *Cooperative n person Stackelberg Games*, State University of New York (1998)
- [7] Binz, J. e M.W. Frankena – *Addressing Market Power, The next step in electric restructuring*; A policy paper of the Competition Policy Industry, USA, 1998
- [8] Borenstein, S. – *Understanding Competitive Pricing and Market Power in Wholesale Energy Markets*, PWP-065, University of California Energy Institute, August 1999
- [9] Borenstein, S.; Bushnell J. – *An Empirical Analysis of the Potential for Market Power in California's Electricity Industry*, PWP-040, University of California Energy Institute, Junho 1997
- [10] Borenstein, S.; Bushnell J. e C. Knittel – *Market Power in Electricity Markets: Beyond Concentration Measures*, PWP-059R, University of California Energy Institute, February 1999
- [11] Borenstein, S.; Bushnell J. e F. Wolak – *Diagnosing Market Power in California's Deregulated Wholesale Market*, PWP-064, University of California Energy Institute, July 1999
- [12] Borenstein, S.; Bushnell, J. e Steven Soft – *The Competitive Effect of Transmission Capacity in a Deregulated Electricity Industry*, University of California Energy Institute, Abril 1997
- [13] Bushnell J. – *Transmission Rights and Market Power*, Draft PWP-062, University of California Energy Institute, July 1999

- [14] Bushnell, J. – *Water and Power: Hydroelectric Resources in the Era of Competition in the Western US*, University of California Energy Institute Report TR-59, March 1998
- [15] Castro R, Ramos D. e C. L. Filho – *Comercialização de Energia no Ambiente Competitivo do Setor Elétrico Brasileiro*, XV SNPTEE (1999)
- [16] Davis R.E., *Stochastic dynamic programming for multi-reservoir hydro-optimization*, Technical report 15, Syst.Contr., Palo Alto, Calif., 1972
- [17] Fudenberg D. e J. Tirole – *Game Theory*, MIT Press, Fifth Printing (1996)
- [18] Fudenberg D.; D.K. Levine – *The Theory of Learning in Games*; Economics Learning and Social Evolution (1999)
- [19] Gibbons, R. – *Game Theory for Applied Economists*, Princeton University Press (1992)
- [20] Green, R.; Newbery,D. – *Competition in the British Electricity Spot Market*, Journal of Political Economy, 100(5), 1992, pp.929-953
- [21] Green, R. – *Increasing Competition in the British Electricity Spot Market*, Journal of Industrial Economics,XLIV(2), 1996, pp.205-216
- [22] Kelman, J. – *Modelos para Gerenciamento de Recursos Hídricos*, vol.1, Capítulo 4, Coleção ABRH, 1987
- [23] Kelman, R. – *Esquemas Competitivos em Sistemas Hidrotérmicos: Eficiência Econômica e Comportamento Estratégico* ; Tese de M.Sc, COPPE/UFRJ, Agosto 1999
- [24] Kelman,R.; Pereira, M. – *Strategic Pricing in Hydrothermal Systems, Course I, Application of Economic Theory in Power System Analysis*, VI Symposium of Specialists in Electric Operational and Expansion Planning, Salvador, Brazil, 1998
- [25] Klemperer, P. e M. Meyer – *Supply Function Equilibria in Oligopoly Under Uncertainty*, Econometrica, 57, 1989, pp. 1243-1277
- [26] Luenberger, D.G. – *Linear and NonLinear Programming*, second edition, Addison-Wesley Publishing Company, Massachusetts (1984)
- [27] Meseguer C. – *Valoración Económica Marginalista de Servicios de Generación en Mercados Eléctricos* – tesis Doctoral, Universidad Pontificia Comillas, Madrid, 1998.
- [28] *Methods and Tools for Contracts in a Competitive Framework* – CIGRÉ Task Force 38-05-09, Agosto 1999

- [29] Newbery D. – *Competition, Contracts and Entry in the Electricity Spot Market*; RAND Journal of Economics, Vol 29 No4 (1998)
- [30] Pereira, M – *Planeación de la Expansión bajo Esquemas Competitivos: Marco Conceptual*, relatório técnico PSRI, Setembro 1998
- [31] Pereira, M.; Campodónico, N.; Kelman, R. – *Applicaton of Stochastic Dual Dynamic Programming and extensions to Hydrothermal Schedulling*, PSRI Technical Report 012/99, Abril 1999.
- [32] Pereira, M. – *Competition for Contracts in a Hydrothermal System, Course I, Application of Economic Theory in Power System Analysis*, VI Symposium of Specialists in Electric Operational and Expansion Planning, Salvador, Brazil, 1998
- [33] Pereira, M.; Campodónico, N.; Kelman, R. – *Long term Hydro Scheduling based on Stochastic Models*, EPSOM '98, Zurique, Setembro 1998.
- [34] Pereira, M.; Pinto, L. M.V.G. – *Multi-Stage Stochastic Optimization Applied to Energy Planning*, Mathematical Programming, Vol 52, 359-375, 1991
- [35] Pereira, M; Campodónico, N. – *Stochastic Hydrothermal Scheduling in a Competitive Environment*, 3<sup>rd</sup> International conference on hydropower, Trondheim, Norway, June 1997
- [36] Pereira, M e R. Kelman – *Contracts in Hydro Power Predominant Systems*, Fevereiro 1999
- [37] Pereira, M – *A Nova Operação do Sistema Elétrico Brasileiro: O Funcionamento do ONS e MAE*, Abril 1999
- [38] *Horizontal Market Power in Restructured Electricity Markets*, Relatório Técnico US Department of Energy (UD-DOE), Março de 2000
- [39] Read E.G. and J.A.George, *Dual Dynamic Programming for Linear Production/Inventory Systems*, Computers and Mathematics with Applications, 19(11), pp.29-42, 1990
- [40] Santos, A; Cabral, R.; Santos, C.; Haddad, J. – *A Operação de Sistemas Hidrotérmicos e o Uso Múltiplo da Água*.
- [41] Scott, T. ; Read, E. – *Modelling Hydro Reservoir Operation in a Deregulated Electricity Market*, International Transactions in Operational Research 3 (3-4):243-253, 1996
- [42] *Tratamiento de La Posición Dominante en Mercados Mayoristas de Electricidad* – Relatório Técnico PSRI/Mercados Energéticos, Agosto 1999

- [43] Weiss, J. – *Market Power Issues in the Restructuring of the Electricity Industry: An Experimental Investigation*, Harvard University Business School, Dezembro 1997
- [44] Williams, E.; Richard Rosen – *A Better Approach to Market Power Analysis* – Tellus Institute, Julho 1999
- [45] Wolak F. – *An Empirical Analysis of the Impact of Hedge Contracts on Bidding Behavior in a Competitive Electricity Market*, Draft preparado para The Fourth Annual Power Research Conference, Berkeley, CA, Março 1999
- [46] Wolfram, Catherine D – *Measuring Duopoly Power in the British Electricity Spot Market*, American Economy Review, Vol. 89, Setembro 1999
- [47] Ruggiero, Márcia A.G.; Lopes, Vera L. - *Cálculo Numérico - Aspectos Teóricos e Computacionais*
- [48] Newbery D. – *The UK Experience: Privatization with Market Power*; CEPRMED at Cambridge University, Fevereiro de 1999

## 10. ANEXO A - CONSIDERAÇÕES ADICIONAIS SOBRE O EQUILÍBRIO DE NASH-COURNOT EM SISTEMAS DESACOPLADOS NO TEMPO

Conforme visto na seção 4.1, a oferta dos produtores *price takers* (não estratégicos), é dada pela função de oferta:

$$O(p) = \alpha p \quad (\text{onde } p \text{ é o preço } \textit{spot} \text{ do sistema}).$$

O valor  $\alpha$  mede a produção energética das usinas térmicas para um dado preço  $p$ . No entanto, qual seria a sua magnitude? Será que ele poderia assumir qualquer valor?

A resposta é não. Observe por exemplo que se  $\alpha$  tender a infinito a produção energética das usinas *price takers* tenderá a ser maior que a demanda do sistema, o que seria uma contradição, e, além disso, levaria a uma produção energética negativa por parte das usinas hidroelétricas estratégicas (*price makers*).

Portanto é necessário estimarmos corretamente o valor de  $\alpha$ , de forma a garantir que a produção energética das usinas térmicas *price takers* seja no máximo igual a demanda e garantindo também a não negatividade da produção energética das hidros *price makers*. É este o objetivo desta seção.

No pior cenário, a demanda estaria sendo integralmente atendida pelas usinas térmicas, isto é, a produção energética das hidros estratégicas seria nula ( $E(i) = 0, \forall i$ ). Neste cenário, o preço *spot* é dado pelo valor  $c_{max}$ , correspondente ao custo da térmica mais cara despachada. Portanto, em primeira instância, podemos supor o custo de uma hidroelétrica como sendo no máximo este custo  $c_{max}$  (não faria sentido termos hidros com custos mais altos que  $c_{max}$ ), ou seja, o custo de uma hidro pode ser no máximo o custo da última térmica despachada quando estas estão atendendo toda demanda.

Como já mencionado, a oferta dos produtores não estratégicos, é dada pela função de oferta  $O(p) = \alpha p$ . Observe que a oferta destes produtores pode ser no máximo o valor da demanda do sistema. Portanto, o valor máximo para  $\alpha$  seria obtido quando a demanda estivesse sendo atendida integralmente pelas térmicas:

$$D = \alpha_{max} c_{max}$$

Ou seja:  $\alpha_{max} = \frac{D}{c_{max}}$ , onde  $c_{max}$  corresponde ao custo da última térmica despachada.

$$\text{Logo, } \alpha \leq \frac{D}{c_{max}} \tag{a}$$

Além desta condição geral, precisamos garantir a não negatividade das gerações hidroelétricas. A partir de (14) temos a expressão que determina a quantidade de energia produzida por cada usina no equilíbrio de Nash-Cournot:



$$E^*(i) = \frac{D - N\alpha c(i) + \alpha \sum_{k \neq i} c(k)}{N + 1}$$

Restrição de geração não-negativa:  $E^*(i) \geq 0$ . Assim, temos:

$$\frac{D - N\alpha c(i) + \alpha \sum_{k \neq i} c(k)}{N + 1} \geq 0$$

$$\alpha \left( \sum_{k \neq i} c(k) - Nc(i) \right) \geq -D$$

$$\alpha \leq \frac{D}{Nc(i) - \sum_{k \neq i} c(k)}$$

Suponha a hidro  $i$  possuindo um custo muito alto. Seja  $c_{max}$  este custo. Como já visto, este valor seria, no máximo, o custo da última térmica para atender a demanda quando não há geração hidro.

Neste caso:

$$\alpha \leq \frac{D}{Nc_{max} - \sum_{k \neq i} c(k)} = \alpha_{max} \quad (b)$$

Caso todas as hidros possuam custos diferentes entre si, a hipótese mais restritiva para  $\alpha_{max}$  seria quando o custo de todas as outras hidros (exceto a hidro  $i$ ) fosse nulo, ou seja:  $\sum_{k \neq i} c(k) = 0$

Por conseguinte, estabelecemos:

$$\alpha \leq \frac{D}{Nc_{max}}, \text{ onde } c_{max} \text{ corresponde ao maior custo das hidros.} \quad (c)$$

Caso todas as hidros possuam custos nulos ou muito próximos de zero, a expressão (b) tenderia a infinito e podemos considerar, sem perda de generalidade,  $\alpha$  como sendo igual a 1.

$$\text{Desta forma, } \alpha = \min\left\{\frac{D}{Nc_{max}}, 1\right\} \quad (d)$$

Observe que este valor de  $\alpha$  satisfaz a condição geral (a) inicialmente estabelecida.

Se todas as hidros possuírem custos iguais, sendo este custo também limitado pelo custo da última térmica despachada quando estas atendem toda a demanda, teríamos, a partir de (b):

$$\alpha \leq \frac{D}{Nc_{\max} - (N-1)c_{\max}}, \text{ onde } c_{\max} \text{ corresponde ao custo máximo destas hidros.}$$

Desta forma,

$$\alpha \leq \frac{D}{c_{\max}} \tag{e}$$

Da mesma forma que o caso anterior, se todas as hidros possuírem custos nulos ou muito próximos de zero, a expressão (e) tenderia a infinito e podemos considerar, novamente sem perda de generalidade,  $\alpha$  como sendo 1.

$$\text{Desta forma, } \alpha = \min\left\{\frac{D}{c_{\max}}, 1\right\} \tag{f}$$

Novamente, observe que este valor de  $\alpha$  satisfaz a condição geral (a) inicialmente estabelecida.

Portanto, podemos concluir que, para assegurarmos uma consistência nos resultados obtidos a partir da análise analítica da competição de Cournot, evitando gerações negativas por parte das hidros estratégicas e geração térmica maior que a demanda, devemos escolher o valor de  $\alpha$  de forma conveniente. Este valor pode ser dado pela expressão (d) - para o caso de diferentes custos entre as usinas hidros - ou pela expressão (f), para o caso de todas as usinas hidros com custos idênticos.

## 11. ANEXO B - ANÁLISE DE ESTRATÉGIAS DE COOPERAÇÃO ENTRE AGENTES EM MERCADOS COMPETITIVOS

### 11.1. Introdução

A manipulação de mercado pode ser exercida por diversas empresas estratégicas agindo simultaneamente, mas de forma independente uma das outras ou por duas ou mais empresas estratégicas cooperando em suas decisões, formando uma coalizão com o objetivo de determinar conjuntamente as suas produções.

Este anexo procura analisar analiticamente o potencial para a formação de coalizões no mercado descrito no capítulo 4 desta dissertação. Serão analisados os benefícios e riscos que uma cooperação de decisões de produção pode trazer para os agentes envolvidos.

Hipóteses: Vamos supor um mercado análogo ao descrito no capítulo 4, entretanto, por simplicidade, com apenas 2 agentes estratégicos, ambos com o mesmo custo de produção  $c$  e sem considerar existência de contratos bilaterais. É considerado também um conjunto de agentes *price takers* cuja função de oferta é linear no preço *spot* ( $O(p) = \alpha p$ ). Estes produtores possuem capacidade para sozinhos atender toda a demanda.

### 11.2. Modelo de Cournot

No equilíbrio de Nash-Cournot determinado no Capítulo 4, cada empresa estratégica, produz uma quantidade  $E(i)$ , determinada a partir da expressão (4.15), a saber:

$$E(i) = \frac{D - \alpha c}{3} \quad i = 1, 2 \quad (\text{B.1})$$

Chamaremos esta quantidade  $E(i)$  de *quantidade de Cournot* e a denotaremos por  $E(c)$ , ou seja:

$$E(c) = \frac{D - \alpha c}{3} \quad (\text{B.2})$$

A quantidade total de Cournot  $Q(c)$  produzida na posição de equilíbrio de Nash é obtida através da soma de todas as quantidades  $E(i)$  determinadas na expressão (B.1):

$$Q(c) = \sum_{k=1}^2 E(i) = 2E(c) = \frac{2(D - \alpha c)}{3} \quad (\text{B.3})$$

### 11.3. Modelo de Monopólio

A quantidade  $E(m)$  que uma empresa produziria se fosse a única no mercado, caso de um monopólio, pode ser determinada a partir da expressão geral (4.15) obtida no capítulo 4 para o caso de  $N=1$ :

$$E(i) = \frac{D - \alpha c}{N + 1} \quad (\text{caso geral})$$

$$\text{Supondo } N=1 \text{ (monopólio), tem-se: } E(m) = \frac{D - \alpha c}{2} \quad (\text{B.4})$$

### 11.4. Motivação para a Existência de Cooperação Entre os Agentes

Calculemos a seguir as rendas líquidas totais e individuais obtidas pelos agentes nos dois modelos de competição oligopólica discutidos anteriormente.

#### 11.4.1. Renda Obtida na Competição do tipo Cournot

Suponha ambas empresas produzindo a quantidade de Cournot  $E(c)$ .

Seguindo a mesma metodologia do capítulo 4:

A quantidade total produzida será  $Q(c) = 2E(c)$ . Isto define o preço do mercado. Desta forma, o preço seria:

$$p(Q(c)) = \frac{D - Q}{\alpha} = \frac{D + 2\alpha c}{3\alpha}$$

Logo, a remuneração líquida de cada agente, que denotaremos por  $R(c)$ , quando há uma competição "a la Cournot" será:

$$R(c) = p(Q(c)) E(c) - cE(c)$$

$$R(c) = \frac{(D + 2\alpha c)}{3\alpha} \cdot \frac{(D - \alpha c)}{3} - c \frac{(D - \alpha c)}{3} = \frac{(D - \alpha c)^2}{9\alpha} \quad (\text{B.5})$$

#### 11.4.2. Renda Obtida em um Monopólio

Calculemos a renda líquida total  $R(m)$  obtida por um gerador quando este é o único no mercado.

Neste caso, a quantidade individual produzida  $E(m)$  por este agente será:

$$E(m) = \frac{D - \alpha c}{2}$$

A quantidade total  $Q_m$  produzida no mercado é igual a esta quantidade individual  $E(m)$ .

O preço do mercado será:

$$p(Q_m) = \frac{D - E(m)}{\alpha} = \frac{D}{\alpha} - \frac{(D - \alpha c)}{2\alpha} = \frac{2D - D + \alpha c}{2\alpha}$$

Logo,

$$p(Q_m) = \frac{D + \alpha c}{2\alpha} \quad (\text{B.6})$$

Desta forma, a remuneração líquida  $R(m)$  do agente é dada por:

$$R(m) = E(m) p(Q_m) - c E(m)$$

$$R(m) = \frac{(D - \alpha c)}{2} \cdot \frac{(D + \alpha c)}{2\alpha} - c \frac{(D - \alpha c)}{2} = \frac{D^2 - (\alpha c)^2 - 2\alpha c(D - \alpha c)}{4\alpha} = \frac{D^2 - 2\alpha Dc + (\alpha c)^2}{4\alpha}$$

$$R(m) = \frac{(D - \alpha c)^2}{4\alpha} \quad (\text{B.7})$$

Esta será a remuneração total líquida obtida por um agente em uma condição de *monopólio*.

Caso as duas empresas estratégicas decidissem produzir *juntas* a quantidade  $E(m)$ , onde cada empresa produziria a quantidade  $\frac{E(m)}{2}$ , observa-se que cada empresa teria uma renda, que denotaremos por  $R(m/2)$ , como se segue:

$$R(m/2) = \frac{R(m)}{2} = \frac{(D - \alpha c)^2}{8\alpha} \quad (\text{B.8})$$

### 11.4.3. A Cooperação

Com base nos resultados (B.8) e (B.5) anteriores, pode-se concluir que ambas empresas estariam em melhor situação (com maiores rendas líquidas) caso decidissem *cooperar* em suas decisões de produção e produzissem *juntas* a quantidade  $Q_m$  correspondente a um monopólio, onde cada usina produziria 50% de  $Q_m$ , quantidade esta que denotaremos por  $E(m/2)$

Ou seja, a produção individual de cada usina seria:

$$E(i) = \frac{E(m)}{2} = \frac{D - \alpha c}{4} = E(m/2) \quad (\text{B.9})$$

Claramente observa-se que:

$$E(m/2) = \frac{D - \alpha c}{4} < E(c) = \frac{D - \alpha c}{3}$$

## 11.5. Possibilidades de Desvios ("Cheating")

Entretanto, pode-se questionar: será que é vantajoso para um dos agentes deixar de colaborar com seu rival? Em outras palavras, será que uma mudança de posição deste agente elevaria ainda mais seus lucros? Esta seção analisa estas possibilidades de "desvios" (*cheating*), ou "traições" de um dos agentes na cooperação.

Vamos supor que algum dos agentes estratégicos queira se desviar do processo de cooperação sob a expectativa que o outro agente continuará com a produção esperada pelo acordo. É claro que se ele faz este desvio, o outro agente estratégico deixará de cooperar a partir deste período em diante e a colaboração entre ambos estará encerrada.

Determinaremos a seguir o benefício obtido por um agente  $j$  por desviar-se de uma cooperação com seu rival  $i$  no processo de cooperação.

Se a empresa  $i$  vai produzir  $E(m/2)$  a quantidade a ser ofertada pela empresa  $j$  que maximize seus lucros  $R_j$ , dada a produção esperada da empresa  $i$ , é a solução do seguinte problema de otimização:

$$\text{Max}_{E(j)} R_j(E(j), E(m/2)) = p(Q).E(j) - cE(j)$$

Ou seja:

$$\text{Max}_{E(j)} \left[ \frac{D - (E(m/2) + E(j))}{\alpha} \right] E(j) - cE(j)$$

A partir das condições de otimalidade de primeira ordem, tem-se:

$$\frac{\partial R_j}{\partial E(j)} = \frac{\partial}{\partial E(j)} \left( \left[ \frac{D}{\alpha} - \frac{1}{\alpha} (E(m/2) + E(j)) \right] E(j) - cE(j) \right) = 0$$

$$\frac{D}{\alpha} - \frac{E(m/2)}{\alpha} - \frac{2E(j)}{\alpha} - c = 0$$

$$\text{Logo: } E(j) = \frac{D}{2} - \frac{1}{2} \left( \frac{D - \alpha c}{4} \right) - \frac{\alpha c}{2} = \frac{4D - D + \alpha c - 4\alpha c}{8}$$

$$E(j) = \frac{3(D - \alpha c)}{8} \tag{B.10}$$

Vamos denotar esta quantidade  $E(j)$  por  $E(d)$ .

Denotemos por  $R(d)$  a renda deste agente  $j$  que desvia-se intencionalmente do processo de cooperação produzindo a quantidade  $E(d)$ . Vamos a seguir determinar seu valor.

Primeiro calculemos o preço do mercado neste cenário, quando um dos agentes produz a quantidade de monopólio  $E(m/2)$  e o outro gerador estratégico produz  $E(d)$ :

A quantidade total produzida  $Q_d$  passa a ser:

$$Q_d = E(j) + E(m/2) = \frac{3(D - \alpha c)}{8} + \frac{(D - \alpha c)}{4} = \frac{5D - 5\alpha c}{8} = \frac{5}{8}(D - \alpha c)$$

Determinando o preço do mercado, temos:

$$p(Q_d) = \frac{D - Q}{\alpha} = \frac{D}{\alpha} - \frac{5}{8\alpha}(D - \alpha c) = \frac{3D + 5\alpha c}{8\alpha} \quad (\text{B.11})$$

A remuneração  $R(d)$  deste agente que deixa de cooperar seria:

$$R(d) = E(d) p(Q_d) - c E(d) = \frac{3}{8}(D - \alpha c) \cdot \frac{3D + 5\alpha c}{8\alpha} - c \cdot \frac{3}{8}(D - \alpha c)$$

Desenvolvendo a expressão anterior, obtém-se:

$$R(d) = \frac{9}{64\alpha}(D - \alpha c)^2 \quad (\text{B.12})$$

Por outro lado, a renda  $R(d_i)$  do produtor  $i$ , que efetuou sua oferta ainda de maneira a cooperar com seu rival desconhecendo que este não faria o mesmo, seria dada por:

$$R(d_i) = E(m/2)p(Q_d) - c E(m/2)$$

$$R(d_i) = \frac{D - \alpha c}{4} \times \frac{3D + 5\alpha c}{8\alpha} - \frac{cD - \alpha c^2}{4} = \frac{3D^2 - 6\alpha Dc + 3\alpha^2 c^2}{32\alpha}$$

$$R(d_i) = \frac{3(D - \alpha c)^2}{32\alpha} \quad (\text{B.13})$$

## 11.6. Comparação entre as Rendas Líquidas

As diferentes remunerações (B.5), (B.8) e (B.12) determinadas anteriormente para um agente desde o momento em que realiza suas ofertas de maneira independente do seu rival, quando coopera com ele e quando desvia-se intencionalmente da cooperação, podem ser ordenadas, de maneira absoluta, da seguinte maneira:

$$R(c) = \frac{(D - \alpha c)^2}{9\alpha} < R(m/2) = \frac{(D - \alpha c)^2}{8\alpha} < R(d) = \frac{9(D - \alpha c)^2}{64\alpha}$$

Observa-se que o agente consegue sua maior remuneração quando "trai" seu rival e deixa de colaborar nas decisões de produção.

Por outro lado, para o agente que é "traído" por seu rival, tem-se:

$$R(d_i) = \frac{3(D - \alpha c)^2}{32\alpha} < R(c) = \frac{(D - \alpha c)^2}{9\alpha} < R(m/2) = \frac{(D - \alpha c)^2}{8\alpha}$$

Conforme poderíamos esperar, a renda obtida por este agente quando é "traído" por seu rival é a menor renda possível, menor até que a renda  $R(c)$  obtida quando eram desconhecidas as decisões de seu rival e o processo competitivo era simulado por um equilíbrio de Nash-Cournot.

## 11.7. Conclusões

Se a coalizão é possível, a melhor estratégia para as empresas é produzir a quantidade que maximiza os lucros totais e então dividir o lucro resultante total entre elas. Quando as empresas comportam-se desta forma, elas são conhecidas como *cartel*. Um cartel é simplesmente um grupo de empresas que se unem em uma coalizão para se comportarem como um monopolista e maximizar a soma de seus lucros.

Como visto em 11.4 a formação de um cartel normalmente será instável no sentido que cada firma será tentada a elevar suas rendas ainda mais, se ela acredita que as demais empresas não responderão da mesma forma (ela acredita que pode aumentar seus lucros manipulando sua própria produção). Ou seja, há sempre uma tentação para "trair" o acordo.

O mecanismo de formação de coalizões e a tentação de "trair" as mesmas é um risco análogo ao observado no famoso problema do "Dilema dos Prisioneiros" [17,19]. Neste problema, dois suspeitos de um crime são presos. A polícia os coloca em salas diferentes para argui-los sobre o crime e lhes explica as consequências de suas respostas: caso ambos não confessem o crime, ambos ficarão presos por 1 mês. Caso ambos confessem, ambos ficarão presos por 6 meses. Finalmente, caso um confesse e o outro não, então o que confessou será libertado e o outro ficará preso por 9 meses.

Este problema pode ser modelado por um jogo [17,19] que tem uma de suas soluções obtidas através da cooperação entre os suspeitos. Caso os dois suspeitos decidam estrategicamente cooperar em suas decisões e não confessar o crime, então ambos ficariam presos por apenas 1 mês; o que seria um "bom negócio" para ambos dadas as demais opções. Entretanto, se ambos suspeitos cooperam em não confessar o crime e no momento de fazerem a confissão um dos suspeitos "traí" a cooperação e confessa o crime, este será libertado enquanto o outro ficará preso por 9 meses. Ou seja, apesar da cooperação ser uma boa estratégia para os suspeitos, esta cooperação conduz ao risco da traição da cooperação por um dos agentes, o que levaria o "traidor" a maiores benefícios (a liberdade) e o outro agente (o "traído") a maiores perdas (prisão por 9 meses).

Portanto, de maneira geral, a fim de manter efetivamente um mecanismo de cooperação as empresas precisam de uma forma de detectar e punir a traição. Se elas não possuem uma forma de observar e "controlar" as produções umas das outras, a tentação de trair pode quebrar o cartel. Mais exemplos sobre coalizões podem ser encontrados em [5].



## 12. ANEXO C - ANÁLISE DE CONVERGÊNCIA

No capítulo 4 foram obtidas expressões analíticas para o preço *spot* e a geração das usinas hidroelétricas no equilíbrio de Nash -Cournot como funções do número N de participantes do mercado. Estas expressões nada mais são do que seqüências numéricas obtidas conforme a variação de N. Naquele capítulo foi mostrada a convergência destas seqüências para as obtidas na solução de mínimo custo quando o valor de N torna-se suficientemente grande.

O propósito deste anexo é estudar e mostrar a ordem de convergência *linear* destas seqüências para os valores indicados no capítulo 4, utilizando para isto a seguinte definição de convergência linear oriunda da análise numérica [47]:

### 12.1. Definindo Convergência Linear

Seja  $x_n$  uma seqüência que converge para um número  $\xi$  e seja  $e_n = x_n - \xi$  o erro obtido na iteração  $n$ . Se existir uma constante  $K > 0$  tal que  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{|e_{n+1}|}{e_n} = K$ , então dizemos que a seqüência  $x_n$  converge *linearmente* para  $\xi$ .

### 12.2. Preço Spot

Aplicaremos a definição anterior à seqüência (4.17) obtida no capítulo 4 para mostrarmos a sua convergência linear.

Recapitulando, a seqüência é dada por:

$$p(N) = \frac{D + \alpha \sum_{k=1}^N c(k)}{\alpha(N+1)}$$

O estudo da convergência será feito para o caso de todas as usinas possuírem custos operativos iguais  $c$ , quando então a expressão anterior se reduz a:

$$p(N) = \frac{D + \alpha Nc}{\alpha(N+1)}$$

Desta forma, temos  $e_n = p(N) - c$ . Portanto:

$$\frac{e_{n+1}}{e_n} = \frac{\frac{D + \alpha(N+1)c}{\alpha(N+2)} - c}{\frac{D + \alpha Nc}{\alpha(N+1)} - c} = \frac{\frac{D + \alpha(N+1)c - \alpha(N+2)c}{\alpha(N+2)}}{\frac{D + \alpha Nc - \alpha(N+1)c}{\alpha(N+1)}} = \frac{D - \alpha c}{D - \alpha c} \cdot \frac{\alpha(N+1)}{\alpha(N+2)} = \frac{(N+1)}{(N+2)}$$

Logo,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{e_{n+1}}{e_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{N+1}{N+2} = 1$$

Ou seja, a convergência de  $p(N)$  para  $c$  é de fato *linear*.

### 12.3. Quantidade de Energia Produzida

A quantidade de energia total produzida no equilíbrio de Nash-Cournot é dada, a partir da expressão (4.23) do capítulo 4, por:

$$Q_e = \frac{N}{N+1} (D - \alpha c)$$

Aplicando a definição de convergência linear à seqüência anterior, obtemos:

$$\frac{e_{n+1}}{e_n} = \frac{\frac{N+1}{N+2} (D - \alpha c) - (D - \alpha c)}{\frac{N}{N+1} (D - \alpha c) - (D - \alpha c)} = \frac{\frac{N+1(D - \alpha c) - (N+2)(D - \alpha c)}{N+2}}{\frac{N(D - \alpha c) - (N+1)(D - \alpha c)}{N+1}} = \frac{D - \alpha c}{D - \alpha c} \cdot \frac{(N+1)}{(N+2)} = \frac{(N+1)}{(N+2)}$$

Logo,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{e_{n+1}}{e_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{N+1}{N+2} = 1$$

Ou seja, a convergência de  $Q_e$  para  $(D - \alpha c)$  é também *linear*.

Portanto, mostrou-se neste anexo que a ordem de convergência das seqüências obtidas através das expressões para a produção energética total das usinas estratégicas e preço *spot* no equilíbrio de Nash-Cournot convergem para seus respectivos valores obtidos na solução de mínimo custo com uma ordem de convergência *linear*.