

# **ESQUEMAS COMPETITIVOS EM SISTEMAS HIDROTÉRMICOS: EFICIÊNCIA ECONÔMICA E COMPORTAMENTO ESTRATÉGICO**

**Rafael Kelman**

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA CIVIL.

Aprovada por:

---

Prof. Paulo Canedo de Magalhães, Ph.D.

---

Dr. Mario Veiga Ferraz Pereira, D.Sc.

---

Dr. João Lizardo Rodrigues Hermes de Araújo, Dr.Sp.

---

Prof. Afonso Henriques Moreira Santos, D. Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

AGOSTO DE 1999

**KELMAN, RAFAEL**

Esquemas Competitivos em Sistemas  
Hidrotérmicos: Eficiência Econômica e  
Comportamento Estratégico [Rio de Janeiro] 1999

XI, 96 p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, M.Sc.,  
Engenharia Civil, 1999)

Tese - Universidade Federal do  
Rio de Janeiro, COPPE

1. Despacho Hidrotérmico
2. Comportamento Estratégico
3. Equilíbrio de Nash-Cournot

I. COPPE/UFRJ II. Título ( série )

## AGRADECIMENTOS

A Mario Veiga F. Pereira, amigo a quem devo grande parte de minha formação profissional, pelo apoio incondicional em todas as etapas de desenvolvimento da tese. O convívio com Mario é sem dúvida um privilégio.

Ao orientador, Prof. Paulo Canedo, pelos comentários inteligentes feitos em nossas reuniões, sempre agradáveis.

Ao Prof. João Lizardo pelas sugestões e pela minuciosa revisão. A Patrícia Zendron por suas anotações, sempre pertinentes, ao texto.

Ao Prof. Afonso Henriques, pelo interesse demonstrado em meu trabalho.

Ao Prof. Jerson Kelman, meu pai, pelas incontáveis discussões em temas afins, alguns dos quais abordados nesta tese. A minha mãe, Celeste, pelos incentivos para concluí-la.

A Juliana, que acompanhou todo o processo com entusiasmo.

Finalmente aos amigos da PSR, a saber, Nora Campodónico, Julio Cahuano, Maria Candida, Noélia Pontes, Luiz Maurício, Luiz Augusto, Gustavo Voll e Sergio Lucindo, pelo apoio demonstrado e por nossa agradável convivência.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

## **ESQUEMAS COMPETITIVOS EM SISTEMAS HIDROTÉRMICOS: EFICIÊNCIA ECONÔMICA E COMPORTAMENTO ESTRATÉGICO**

**Rafael Kelman**

Agosto/1999

Orientadores: Paulo Canedo de Magalhães

Mario Veiga Ferraz Pereira

Programa: Engenharia Civil

Esta tese tem três objetivos principais:

- a) Investigar os fundamentos teóricos para a criação de um Mercado Atacadista de Energia (MAE), onde a remuneração dos geradores é dada pelo produto do preço “spot” do sistema pela energia produzida. No caso de sistemas térmicos, mostra-se que os sinais econômicos produzidos no MAE, em conjunção com condições de competição perfeita, induzem a expansão de máximo bem estar social. No caso de sistemas hidrotérmicos, mostra-se que as usinas a jusante capturam parte da renda que deveria ser atribuída às de montante. Apresenta-se uma proposta para a criação de um Mercado Atacadista de Água (MAA) , que corrige estas distorções dos sinais econômicos.
- b) Investigar estratégias de ofertas de preço de energia em sistemas puramente térmicos e avaliar o efeito das mesmas nos preços “spot” em função do nível de concentração do setor. Inicialmente, a maximização dos lucros de uma empresa é formulada como um problema de programação inteira mista. Propõe-se um algoritmo de solução heurístico. Em seguida, é representado o comportamento dinâmico de todos os participantes, onde cada um procura maximizar seus próprios lucros. Mostra-se que este problema pode ser formulado como um jogo, cuja solução de equilíbrio é obtida por métodos iterativos.
- c) Estender a análise de comportamento estratégico para sistemas hidrotérmicos, onde é oferecido não o preço mas a quantidade. Inicialmente é obtida analiticamente a solução de equilíbrio para um caso estático. Em seguida, o problema é formulado para o caso dinâmico através de uma recursão de programação dinâmica estocástica.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

**COMPETITIVE SCHEMES IN HYDROTHERMAL SYSTEMS:  
ECONOMIC EFFICIENCY AND STRATEGIC BEHAVIOR**

**Rafael Kelman**

August/1999

Advisors: Paulo Canedo de Magalhães  
Mario Veiga Ferraz Pereira

Department: Civil Engineering

The thesis has three main objectives:

- a) Investigate the theoretical foundations for the creation of a Wholesale Energy Market (WEM), where the generator revenues are given by the system *spot* price multiplied by the energy produced. In thermal systems, it can be shown that the economic signals produced by the WEM, in conjunction with perfect-competition conditions, induce the maximum welfare expansion. However, it is shown for hydrothermal systems, that downstream plants capture part of the revenues that should be attributed to upstream plants. The creation of a Wholesale Water Market (WWM) to correct the distortion of these economic signals is presented.
- b) Investigate price bidding strategies in a thermal system and evaluate their effect in the system spot price for different concentration levels. Initially, profit maximization is formulated as a mixed integer-linear programming problem. An heuristic solution algorithm is proposed. Next, the dynamic behavior of all participants is represented, where each one attempts to maximize its profits. It is shown that this problem can be formulated as a game whose equilibrium solution is obtained by iterative methods.
- c) Extend the strategic behavior analysis for hydrothermal systems. In this case the game is not on energy price but on quantity. Initially the equilibrium solution is analytically derived for a static case. Next, the problem is formulated for the dynamical case through a stochastic dynamic programming scheme.

## ÍNDICE

<b>1</b>	<b>REESTRUTURAÇÃO DO SETOR ELÉTRICO .....</b>	<b>1</b>
1.1	INTRODUÇÃO.....	1
<b>2</b>	<b>O MERCADO ATACADISTA DE ENERGIA (MAE).....</b>	<b>9</b>
2.1	O DESPACHO NO MAE (SISTEMAS TÉRMICOS) .....	9
2.2	EXPANSÃO ÓTIMA EM UM ESQUEMA CENTRALIZADO .....	11
2.3	EXPANSÃO ÓTIMA EM UM ESQUEMA DESCENTRALIZADO.....	13
2.4	SÍNTESE DAS DISCUSSÕES .....	16
<b>3</b>	<b>REVISÃO DO PROBLEMA DE DESPACHO HIDROTÉRMICO .....</b>	<b>17</b>
3.1	OBJETIVO.....	17
3.2	OPERAÇÃO DE SISTEMAS TÉRMICOS.....	18
3.3	SISTEMAS HIDROTÉRMICOS .....	18
3.3.1	<i>Dependência Temporal.....</i>	<i>18</i>
3.3.2	<i>Interdependência dos Custos Operativos das Usinas .....</i>	<i>20</i>
3.3.3	<i>Valor marginal da água.....</i>	<i>20</i>
3.3.4	<i>Custos operativos vs. confiabilidade de suprimento de energia .....</i>	<i>21</i>
3.4	ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO.....	23
3.5	SUBPROBLEMA DE UM ESTÁGIO - FUNÇÃO OBJETIVO .....	25
3.6	EXEMPLO .....	26
3.7	A PROGRAMAÇÃO DINÂMICA ESTOCÁSTICA .....	29
3.7.1	<i>Limitações da PDE.....</i>	<i>31</i>
3.8	A PROGRAMAÇÃO DINÂMICA DUAL ESTOCÁSTICA.....	31
<b>4</b>	<b>O MERCADO ATACADISTA EM SISTEMAS HIDROTÉRMICOS .....</b>	<b>33</b>
4.1	DISTORÇÃO DO CMCP DO SISTEMA EM CASCATAS .....	33
4.2	MERCADOS DE ÁGUA E ENERGIA ELÉTRICA .....	34
4.3	CÁLCULO DA REMUNERAÇÃO DOS AGENTES A MONTANTE .....	35
4.3.1	<i>Problema de despacho hidrotérmico.....</i>	<i>35</i>
4.3.2	<i>Remuneração spot dos geradores .....</i>	<i>37</i>
4.3.3	<i>Efeito do reservatório.....</i>	<i>37</i>
4.3.4	<i>Compensação dos geradores .....</i>	<i>38</i>
4.3.5	<i>Compensação dos reservatórios .....</i>	<i>39</i>
4.3.6	<i>Balanco das compensações dos reservatórios e geradores.....</i>	<i>39</i>

4.4	EXEMPLO DE BALANÇO NO MAA .....	41
4.4.1	<i>Balanço no MAA</i> .....	43
4.4.2	<i>Balanço Conjunto MAA+MAE</i> .....	44
4.5	O MECANISMO DE REALOCAÇÃO DE ENERGIA - MRE.....	44
4.6	CÁLCULO DO FATOR DE PARTICIPAÇÃO NO MRE .....	46
4.7	EXTENSÃO DO MRE PARA MÚLTIPLAS CASCATAS.....	47
4.8	RELAÇÃO ENTRE ENERGIA FIRME E FATOR DE PARTICIPAÇÃO NO MRE .....	47
4.8.1	<i>Cálculo da Energia Firme de uma Usina</i> .....	48
4.8.2	<i>Cálculo da Energia Firme de um Conjunto de Usinas</i> .....	49
4.8.3	<i>Repartição da Energia Firme do Sistema Entre as Usinas</i> .....	50
4.8.4	<i>Relação entre Energia Firme e Remuneração “Spot”</i> .....	51
4.9	CERTIFICADOS DE ENERGIA GARANTIDA.....	52
4.10	CONCLUSÕES .....	53
<b>5</b>	<b>COMPORTAMENTO ESTRATÉGICO EM SISTEMAS TÉRMICOS COM DESPACHOS</b>	
	<b>DESCENTRALIZADOS.....</b>	<b>55</b>
5.1	INTRODUÇÃO.....	55
5.2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	59
5.3	ESQUEMAS COMPETITIVOS DE OFERTA – SISTEMAS TÉRMICOS.....	61
5.3.1	<i>Sistemas térmicos – despacho baseado em ofertas</i> .....	62
5.3.2	<i>Remuneração Spot Líquida</i> .....	63
5.3.3	<i>Estratégias de Oferta</i> .....	64
5.3.4	<i>Formulação do problema</i> .....	64
5.3.5	<i>A abordagem analítica</i> .....	66
5.3.6	<i>Um método heurístico – caso determinístico</i> .....	70
5.4	OFERTAS EM UM AMBIENTE COM INCERTEZAS (OFERTAS NÃO DETERMINÍSTICAS) .....	72
5.5	ESQUEMA DE SOLUÇÃO .....	74
5.5.1	<i>Cálculo de <math>ER_{hk}(\mathbf{I}_{hj})</math> por Monte Carlo</i> .....	75
5.5.2	<i>Cálculo de <math>ER_{hk}(\mathbf{I}_{hj})</math> por Baleriaux</i> .....	76
5.6	REPRESENTAÇÃO DA AÇÃO DOS AGENTES .....	77
5.6.1	<i>Metodologia proposta – Modelo de Bertrand</i> .....	77
5.6.2	<i>Estudo de caso</i> .....	78
5.7	CONCLUSÕES.....	85

<b>6</b>	<b>COMPORTAMENTO ESTRATÉGICO EM SISTEMAS HIDROTÉRMICOS COM DESPACHOS DESCENTRALIZADOS.....</b>	<b>86</b>
6.1	CÁLCULO DA OFERTA DE PREÇO EM SISTEMAS HIDROTÉRMICOS .....	86
6.1.1	<i>Oferta de preço em sistemas hidrotérmicos .....</i>	88
6.2	MAXIMIZAÇÃO DE LUCROS EM OFERTAS DE QUANTIDADE.....	89
6.3	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	92
6.4	EQUILÍBRIO DE COURNOT EM SISTEMAS HIDROTÉRMICOS – CONFIGURAÇÃO ESTÁTICA .....	93
6.4.1	<i>Remuneração spot das hidrelétricas .....</i>	95
6.4.2	<i>Caso com muitas hidrelétricas (<math>N^{\text{H}}</math> ¥).....</i>	98
6.4.3	<i>Custos marginais.....</i>	98
6.4.4	<i>Remuneração spot das hidrelétricas na situação de equilíbrio .....</i>	99
6.4.5	<i>Conclusões:.....</i>	100
6.5	UM MODELO COM 3 USINAS ESTRATÉGICAS – CONFIGURAÇÃO DINÂMICA .....	101
6.6	MEDIDAS MITIGATÓRIAS .....	106
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>109</b>
	<b>ANEXO A – CÁLCULO DE <math>ER_{\text{HK}}(\lambda_{\text{HJ}})</math> POR BALERIAUX.....</b>	<b>113</b>
	<b>ANEXO B – OFERTA DE PREÇOS EM SISTEMAS HIDROTÉRMICOS.....</b>	<b>119</b>
B.1	OFERTAS DE PREÇO HORÁRIAS EM SISTEMAS HIDROTÉRMICOS .....	119
B.2	FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO .....	121
B.3	OFERTAS EM UM AMBIENTE COM INCERTEZAS.....	125
B.4	CÁLCULO DA FUNÇÃO DE CUSTO FUTURO ESPERADA PARA A ETAPA T .....	127
B.5	GERAÇÃO DE CENÁRIOS .....	127



# 1 REESTRUTURAÇÃO DO SETOR ELÉTRICO

## 1.1 Introdução

Empresas concessionárias de energia elétrica em diversos países estão passando por mudanças radicais em seus mecanismos de regulação e de mercado. A principal característica deste processo de reestruturação é aumentar a eficiência do setor através de pressões de mercado (fomento à competição). Em muitos países a reestruturação contém incentivos para a participação de agentes privados no processo de produção de energia, que historicamente tem sido exercida na maioria dos casos pela administração pública indireta<sup>1</sup>.

Esta mudança se tornou viável graças aos avanços tecnológicos na área da geração. A produção de energia sempre foi tida como um monopólio natural. Isto se devia à economia de escala obtida com a instalação de usinas de grande porte que eram capazes de produzir energia com um custo unitário mais baixo. Entretanto, inovações tecnológicas, principalmente em sistemas térmicos, foram responsáveis pelo substancial aumento da eficiência das turbinas movidas a gás. Este efeito, somado ao declínio do preço do gás natural nas décadas de 1980 e 1990, proporcionou substanciais reduções no custo de instalação e no tamanho ótimo (econômico) das usinas. A partir dos anos 90, um MWh poderia ser gerado de forma econômica por usinas com capacidade muito menor que até então [1]. Em alguns casos construir uma nova usina, com tecnologia recente, passou a ser economicamente mais atraente que continuar operando usinas antigas, mesmo já significativamente amortizadas. Consequentemente houve um extraordinário

---

<sup>1</sup> Existem algumas exceções. Na China, por exemplo, a participação privada na produção de energia elétrica ainda não é cogitada. Isto não a impede de estar passando por uma profunda reestruturação no setor. Até pouco tempo, a produção de energia elétrica fazia parte da administração direta que agora está sendo repassada para a administração indireta. Lá a reestruturação em curso está na criação de grandes empresas estatais responsáveis pela construção de mega-projetos, processo bem semelhante ao ocorrido no Brasil dos anos 70 e início dos 80. Outro país que foge à regra por historicamente ter seu parque gerador sob domínio de empresas privadas é os EUA.

crescimento da construção de pequenas usinas, que possuíam preços mais baixos e maior eficiência. A geração deixava de ser um monopólio natural.

Apesar deste fenômeno ser mais bem definido em sistemas com predominância térmica, é razoável supor que mesmo em sistemas predominantemente hídrelétricos, como o brasileiro, esta tendência também seja verdadeira. Ou seja, a construção de grandes projetos hidroelétricos, tais como Itaipu, deverá ocorrer com frequência cada vez menor, principalmente pelo aumento da concorrência das usinas térmicas de pequeno porte e alta tecnologia. Além disto, o Governo já não tem capacidade de investimento, pelo menos para empreendimentos do porte de Itaipu. Neste contexto, é razoável supor que a participação da geração térmica e de hidrelétricas de pequeno e médio porte tenderá a aumentar.

O setor privado se tem mostrado pouco interessado em construir hidrelétricas de grande porte principalmente em função dos altos riscos financeiros envolvidos. Como os investimentos são altos, e o prazo para a conclusão das obras também (raramente inferiores a 8 anos), os riscos são grandes. As térmicas, ao contrário, podem ser construídas num curto espaço de tempo (às vezes menor que 1 ano) e com projetos mais simples. A vida útil de uma usina hidrelétrica é bastante maior que a de uma térmica. Porém este fator não tem muito peso na decisão dos investidores privados. Assumindo-se uma taxa interna de retorno de 15% ao ano, o valor presente de um empreendimento de vida útil de 50 anos (hidrelétrica) é apenas 14% superior ao valor presente de um investimento de 15 anos de vida útil (usina térmica), admitindo que os dois empreendimentos proporcionam o mesmo retorno de capital por ano.

Talvez o aspecto mais favorável das usinas térmicas quando comparadas às hidrelétricas seja a flexibilidade do empreendimento. Uma usina térmica pode ser vista como uma fábrica de energia onde seu tamanho, e portanto sua produção energética, pode ser dimensionado em função da disponibilidade financeira do proprietário, do tamanho do mercado, etc. O dimensionamento de uma usina hidrelétrica entretanto não pode ser

realizado sem criteriosa investigação sob o risco de fazer mau uso de um recurso natural (público) e de inviabilizar futuros aproveitamentos na mesma cascata. Outro importante aspecto é a localização: as térmicas têm a vantagem de poder se localizar mais perto do centro de carga ou de regiões interessantes da rede de transmissão.

A introdução da competição no setor da geração embasou os processos de privatização e reestruturação em diversos países do mundo, tais como Chile, Inglaterra, Argentina, Austrália, Noruega, Colômbia, Nova Zelândia e em algumas regiões dos EUA, principalmente a Califórnia [2] e a Costa Leste dos EUA.

É importante ressaltar que o conceito de reestruturação difere do de privatização. Enquanto a privatização se refere a uma transferência de propriedade do governo para um grupo privado, a reestruturação se refere aos arranjos comerciais e institucionais na venda da energia. A privatização deve ser precedida pela reestruturação. Privatizar antes de reestruturar, como tem sido feito no Brasil, implica em aumento desnecessário do nível de incerteza em que os negócios são feitos. Isto é, o fluxo de caixa de uma empresa geradora em qualquer lugar do mundo depende de um conjunto de fatores que são incertos por natureza, tais como crescimento da demanda e posicionamento da concorrência, mas não das regras impostas pela regulamentação do setor, que são em geral conhecidas *ex ante*. Estabelecer regras *ex post* impõe ao investidor privado um risco extra, que deve empurrar para baixo o preço que esteja disposto a pagar por uma empresa estatal. No processo de privatização o governo deve proporcionar informações e regras claras aos investidores para que estes decidam qual o valor que devem ofertar nos leilões.

A reestruturação pode acontecer sem estar acompanhada da privatização. A Noruega e a Nova Zelândia, por exemplo, reestruturaram seus setores elétricos mantendo ainda grande participação estatal. Outros países, como a Colômbia, o Chile e a Argentina fizeram os dois: reestruturação e privatização. Finalmente nos EUA a reestruturação está acontecendo porém a geração esteve sempre em mãos da iniciativa privada.

O setor elétrico brasileiro está passando por uma intensa reestruturação. O programa de privatização do setor, conduzido pelo governo Federal e por alguns governos estaduais possui dois objetivos principais: (i) fazer caixa para enfrentar o desequilíbrio fiscal; (ii) aumentar a eficiência e a qualidade dos serviços prestados pelo setor.

Em março de 1997 uma proposta para o novo Marco Regulatório Brasileiro (MRB) foi entregue ao Ministério de Minas e Energia, pela empresa inglesa Coopers & Lybrand, vencedora de licitação internacional promovida pelo mesmo Ministério um ano antes. A elaboração deste relatório contou com a participação de técnicos da Eletrobrás e das empresas concessionárias, além de consultores independentes. O novo MRB deverá ser referência para o futuro do setor elétrico no Brasil, apesar de sua elaboração (principalmente nas primeiras versões) ter sido em grande parte inspirada no modelo de privatização inglês. O MRB ainda precisa ser bastante discutido e revisado para se adequar às peculiaridades do Brasil.

Uma das maiores dificuldades e também um grande desafio para o Setor Elétrico Brasileiro está na definição de regras que promovam a competição no setor da geração. O novo marco regulatório utiliza dois instrumentos básicos:

- despacho de geração, realizado pelo Operador Nacional do Sistema (ONS)
- pagamento aos geradores por sua produção e cobrança às demandas por seu consumo, realizado no Mercado Atacadista de Energia (MAE)

Na maioria dos países, o processo de reestruturação tem substituído o tradicional planejamento da expansão e operação, baseados em uma otimização centralizada, por procedimentos descentralizados, baseados no funcionamento do mercado. Ao invés de seguir um plano de expansão produzido por uma agência de planejamento central, os agentes privados ou públicos são livres para decidir a construção de unidades geradoras e competir pelos contratos de vendas energia com concessionárias e clientes. Além do mercado de contratos, os geradores podem livremente fazer suas ofertas ( $x$  MWh ao preço

unitário mínimo de  $y$   $\$/\text{MWh}$ ) para a produção de energia (tipicamente em bases horárias para o próximo dia ou próxima semana) em um Mercado Atacadista de Energia - MAE. As unidades são então carregadas por ordem crescente da oferta de preço unitário mínimo até que a demanda seja atendida. Os geradores despachados recebem o preço da unidade carregada mais cara, que corresponde ao custo marginal de curto prazo do sistema (CMCP), ou preço *spot*.

Um dos aspectos conceitualmente atraentes do esquema de pagamento *spot* é que, havendo competição perfeita, ele produz sinais econômicos eficientes para a expansão do sistema<sup>2</sup>. Isto é, se o sistema está otimamente dimensionado, a remuneração *spot* se iguala aos custos de investimento mais as despesas operacionais [3]. Este assunto será detalhado no Capítulo 2. Por razões semelhantes, também discutidas adiante, quando o preço *spot* é definido pelo conjunto de ofertas de preços unitários mínimos, a geração de energia é feita a mínimo custo, nas condições de “mercado perfeito”.

A cada intervalo de tempo, que em geral é de uma hora, o ONS determina o uso dos geradores do sistema que atenda à demanda da forma mais econômica possível dadas restrições<sup>3</sup> e regras. Uma vez calculada a geração de cada usina, esta recebe do MAE um valor (\$) dado pelo custo marginal de curto prazo, ou preço *spot* ( $\$/\text{MWh}$ ) multiplicado pela energia gerada (MWh). Por sua vez, cada comprador (empresas distribuidoras ou grandes consumidores industriais) paga ao MAE um valor (\$) relativo aos MWh consumidos nesta hora, multiplicados pelo mesmo preço *spot*.

Enquanto parece haver um consenso relativo às vantagens de decisões de investimento descentralizadas, há pelo menos duas questões principais que trazem preocupação com respeito ao uso de esquemas de ofertas de preço para definir o despacho do sistema:

---

<sup>2</sup> Isto se aplica bem a sistemas térmicos. Como será visto no Capítulo 4, o mesmo não ocorre em sistemas hidrotérmicos quando existem duas ou mais empresas proprietárias de usinas hidrelétricas instaladas na mesma bacia hidrográfica. Neste caso, demonstra-se que o sinal econômico de uma remuneração *spot* está distorcido.

- distorção dos sinais econômicos resultantes da remuneração baseada no custo marginal de curto prazo para sistemas hidrotérmicos, quando diversas empresas geradoras possuem usinas na mesma bacia hidrográfica.
- poder de mercado – as empresas geradoras podem artificialmente incrementar as ofertas de preço de energia objetivando aumentar o preço *spot* do sistema, e consequentemente seus lucros; isto é, o funcionamento de mercados reais nem sempre é perfeito.

A análise destes dois assuntos constituirá o tema central desta tese.

O Capítulo 2 discute o despacho em sistemas térmicos e introduz o Mercado Atacadista de Energia (MAE) onde os pagamentos aos geradores é feito com base no custo marginal de curto prazo (CMCP) do sistema. No mesmo capítulo são apresentadas justificativas teóricas para a remuneração baseada no CMCP, seguindo a metodologia originalmente desenvolvida em [27].

O Capítulo 3 trata do problema de despacho ótimo em sistemas hidrotérmicos. Em sistemas hidrotérmicos existe sempre a seguinte possibilidade: fazer uso intensivo de geração hidrelétrica hoje para economizar dinheiro relativo à utilização de combustível nas usinas térmicas. Tal estratégia pode ser adequada caso as vazões futuras sejam boas e compensem a utilização da água dos reservatórios hoje. No caso de ocorrência de seca no futuro, a estratégia se revelará um desastre, pois o baixo estoque de água impossibilitará que a geração hidrelétrica somada à geração térmica atenda plenamente à demanda. Neste cenário haverá racionamentos. Uma revisão do problema de despacho ótimo em sistemas hidrotérmicos e técnicas para sua resolução são apresentadas neste capítulo, seguindo a metodologia originalmente desenvolvida em [28,29].

---

<sup>3</sup> Por exemplo, a obrigatoriedade de despachar térmicas inflexíveis.

O Capítulo 4 trata do problema da distorção dos sinais econômicos em sistemas hidrotérmicos em que usinas pertencentes a diferentes empresas estão localizadas na mesma cascata e os pagamentos são feitos com base na energia produzida (remuneração *spot*). É feita uma revisão sobre como historicamente procurou-se resolver este problema no Brasil e apresenta-se uma proposta: a criação de um Mercado Atacadista de Água (MAA).

O tema do Capítulo 5 é “Estratégias Competitivas em Sistemas Térmicos”. Formulamos o problema para sistemas térmicos baseados em ofertas de preço e quantidade pela energia produzida (como o inglês). Neste contexto, as diferentes empresas de geração buscam o conjunto de ofertas de preço de energia que devem entregar a um operador do sistema de forma que maximizem seus lucros. Investigamos o efeito da concentração (oligopolização) da geração e a dinâmica do processo ofertas seguindo um esquema de Bertrand.

O Capítulo 6 é uma generalização do Capítulo 5. O tema abordado é “Estratégias Competitivas em Sistemas Hidrotérmicos”. Neste capítulo inicialmente se formula o problema da maximização de lucro para sistemas baseados em ofertas de preço e quantidade de energia. Com algumas simplificações, esta abordagem reproduz as regras de despacho do sistema colombiano.

Posteriormente é analisada a competição pela geração em um despacho descentralizado, onde a variável de decisão é quantidade de energia produzida por cada usina hidrelétrica. Esta análise está dividida em duas partes: na primeira investiga-se a estratégia das usinas quando estas tomam suas decisões de maneira a obter a maximização de seus lucros imediatos. Esta parte é inteiramente analítica e reproduz uma situação *estática*: as conseqüências futuras das decisões tomadas pelos proprietários das hidrelétricas não são consideradas. Em particular, verifica-se o efeito que o número  $N$  de usinas hidrelétricas tem sobre os pontos de equilíbrio do processo competitivo. Na segunda parte da análise, generaliza-se uma vez mais o problema das ofertas de energia produzida das usinas hidrelétricas para poder incorporar a dinâmica temporal do processo. Uma abordagem de

programação dinâmica estocástica é utilizada, onde em cada etapa, estado de armazenamento e cenário hidrológico, a dinâmica do processo de ofertas é representada de maneira iterativa.



## 2 O MERCADO ATACADISTA DE ENERGIA (MAE)

Conforme discutido na Introdução, um importante mecanismo criado em muitos países reestruturados é o Mercado Atacadista de Energia (MAE). Neste mercado, os geradores recebem do sistema a cada intervalo de tempo (geralmente horário, para o próximo dia) um valor (\$) dado pelo custo marginal de curto prazo (CMCP) do sistema multiplicado pela energia gerada durante este intervalo de tempo (MWh). A demanda, de maneira simétrica, paga um valor (\$) dado pelo mesmo CMCP multiplicado pelo consumo de energia no intervalo (MWh). Neste capítulo descreveremos um esquema de MAE para sistemas puramente térmicos.

### 2.1 O despacho no MAE (sistemas térmicos)

Todos os dias, os geradores fornecem um conjunto de custos (\$/MWh) e capacidade de produção de energia (MWh) para cada uma das 24 horas do dia seguinte. Com base nesta informação e numa previsão de demanda horária, o Operador Nacional do Sistema (ONS) executa o despacho de mínimo custo:

$$z = \quad \text{Min} \quad \sum_{h=1}^H \sum_{j=1}^J c_j \times g_{hj} \quad \text{Variável dual} \quad (2.1)$$

sujeito a

$$\sum_{j=1}^J g_{hj} = d_h \quad \pi_{dh} \quad (2.1a)$$

$$g_{hj} \leq \bar{g}_{hj} \quad \pi_{ghj} \quad (2.1b)$$

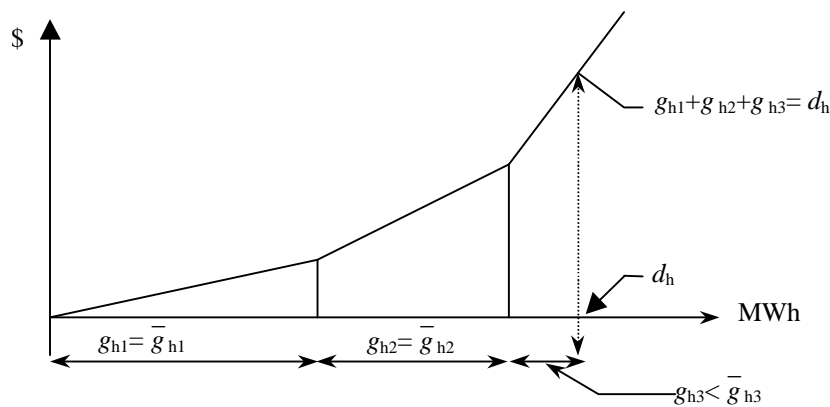
para  $h = 1, \dots, H$ ;  $j = 1, \dots, J$

onde:

- $h$  índice de período de carga – geralmente horas ( $H$  é o número de períodos)
- $d_h$  demanda no período  $h$  (MWh)
- $z$  custo de operação total do sistema
- $j$  índice dos geradores ( $J$  é o número de geradores)
- $c_j$  custo de produção do gerador  $j$  no patamar de carga  $h$  (\$/MWh) ;
- $g_{hj}$  geração do gerador  $j$  durante o patamar de carga  $h$  (MWh)
- $\bar{g}_{hj}$  capacidade máxima de geração do gerador  $j$  no patamar de carga  $h$  (MWh)
- $\pi_{dh}$  preço sombra da restrição de atendimento à demanda (\$/MWh)
- $\pi_{ghj}$  preço sombra da restrição de capacidade máxima de produção (\$/MW)

As restrições (2.1a) e (2.1.b) representam respectivamente o atendimento à demanda do sistema e os limites de geração.

A Figura 2.1 ilustra um exemplo de um despacho puramente térmico com 3 geradores. Por simplicidade vamos supor que estão em ordem crescente de custos. Observa-se que os geradores 1 e 2 estão gerando a toda a capacidade, enquanto o gerador 3 gera parcialmente, o suficiente para atender à demanda. O gerador 3 é o marginal do sistema. Dado que os geradores são despachados em ordem crescente de custo unitário, o custo operativo total é uma função convexa da energia gerada.



**Figura 2.1 – Despacho térmico**

A variável dual  $\pi_{dh}$  associada a restrição (2.1a) é o custo marginal de demanda do sistema, também chamado de custo marginal de curto prazo do sistema (CMCP) ou preço *spot*. Matematicamente esta variável representa a derivada do custo operativo ótimo  $z$  com respeito a uma variação na demanda  $d_h$ .

Por sua vez, as variáveis  $\pi_{ghj}$  representam a derivada do custo operativo ótimo  $z$  com respeito a um aumento na capacidade de geração do gerador  $j$  no patamar  $h$ .

A remuneração *spot* líquida horária de um gerador  $j$ ,  $R_{jh}$ , é dada pela diferença entre o preço *spot*  $\pi_{dh}$  e seu custo operativo  $c_j$  multiplicada por sua geração  $g_{hj}$

$$R_{jh} = (\pi_{dh} - c_j) \times g_{hj} \quad (2.2)$$

## 2.2 Expansão ótima em um esquema centralizado

O objetivo do planejamento da expansão centralizada é determinar os investimentos em geração que minimizem a soma dos custos de construção e operação. O planejamento ótimo é obtido pela solução do seguinte problema de otimização:

$$\text{Min } I(\bar{g}) + O(\bar{g}) \quad (2.3)$$

onde:

$\bar{g}$  representa a capacidade instalada do equipamento (decisão de investimento)

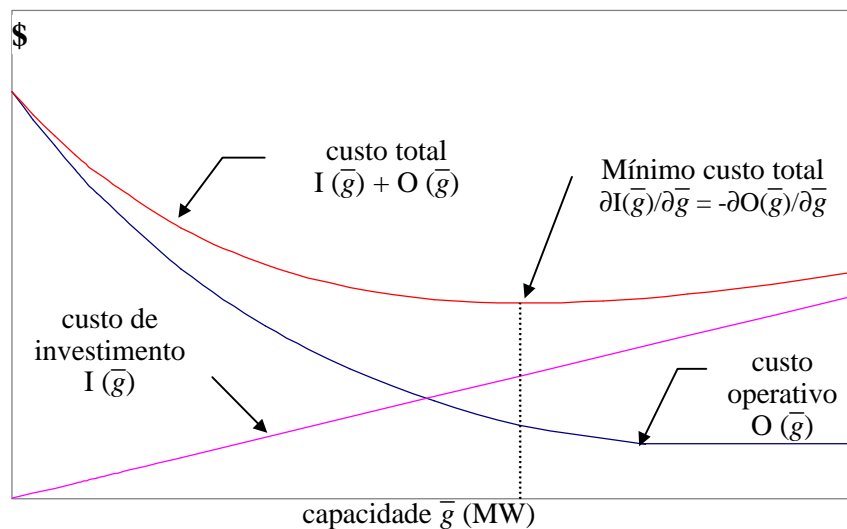
$I(\bar{g})$  valor presente do custo de investimento associado à capacidade  $\bar{g}$

$O(\bar{g})$  valor presente do custo operativo do sistema associado a uma capacidade instalada

$\bar{g}$ . Representa a soma dos custos de operação com os despachos horários, ou seja,  $O(\bar{g})$  é

o resultado de uma soma de muitas parcelas, cada parcela correspondendo ao custo de operação de um despacho efetuado pelo agente operador do sistema.

A Figura 2.2 ilustra a variação dos custos de investimento e operativos à medida que se aumenta a capacidade instalada  $\bar{g}$ . Como é de se esperar, o custo de investimento aumenta enquanto o custo de operação diminui. A operação fica mais barata à medida que  $\bar{g}$  aumenta porque os custos de operação de novas usinas são mais baratos que das usinas com tecnologia mais antiga, porque diminui a ocorrência de déficit, ou, no caso do acréscimo de  $\bar{g}$  representar a construção de usinas hidrelétricas, porque parte da geração antes feita pelas térmicas com alto custo é substituída pelas novas hidrelétricas. Assim, o aumento da capacidade instalada tem o efeito de substituir a geração de usinas caras e diminuir a probabilidade de ocorrência de déficit. Estes dois efeitos fazem reduzir os custos operativos e conseqüentemente o valor esperado do CMCP.



**Figura 2.2 - Custos de investimento e operação vs. capacidade instalada**

O ponto de mínimo custo total é obtido igualando as derivadas das duas curvas:

$$\frac{\partial I(\bar{g})}{\partial \bar{g}} = -\frac{\partial O(\bar{g})}{\partial \bar{g}} \quad (2.4)$$

O termo  $\frac{\partial I(\bar{g})}{\partial \bar{g}}$  corresponde ao custo unitário de investimento de um gerador e é portanto um valor conhecido (por exemplo \$500/kW instalado). Por sua vez, o termo  $\frac{\partial O(\bar{g})}{\partial \bar{g}}$  é conhecido como *benefício marginal de capacidade*, por representar a redução do custo operativo resultante de um incremento infinitesimal na capacidade do equipamento. Vimos que este valor, em cada hora  $h$ , é dado pela variável dual associada à restrição de limite de geração,  $\pi_{gh}$ .

Será mostrado a seguir que o benefício marginal de capacidade é o elo entre o ambiente competitivo e o centralizado.

### 2.3 Expansão ótima em um esquema descentralizado

A Figura 2.3 mostra a variação dos custos de investimento  $I(\bar{g})$  e da remuneração líquida  $R(\bar{g})$  para diferentes níveis de capacidade.

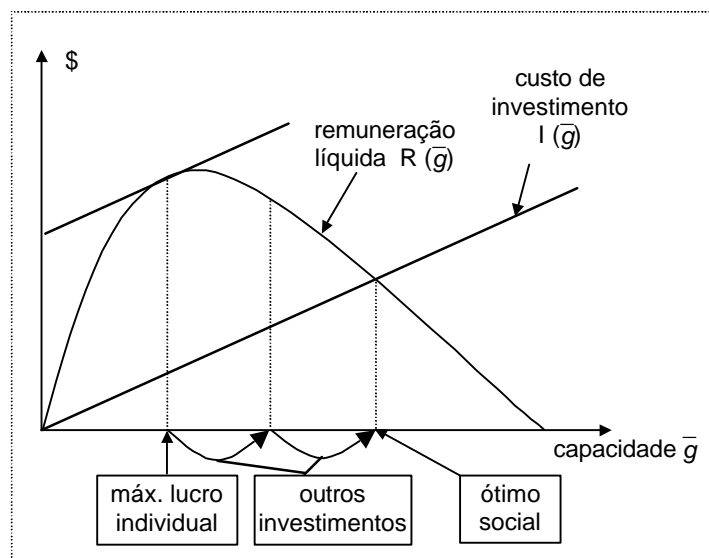


Figura 2.3 - Custos de investimento e remuneração líquida vs. capacidade instalada

Observa-se que a remuneração líquida sobe inicialmente com a instalação de nova capacidade e conseqüente aumento da produção energética. Chega a um ponto de máximo e depois começa a baixar, até chegar a zero, em níveis mais altos de capacidade instalada. A razão para a queda da remuneração líquida para níveis de instalação mais altos é que ela está associada à diferença entre o preço *spot* do sistema – dado pelo custo da térmica mais cara a ser despachada – e o custo operativo do gerador. À medida em que se instala mais capacidade, as térmicas com preço mais alto vão sendo deslocadas (deixam de ser despachadas), o que obviamente diminui o preço *spot* e portanto, a remuneração do gerador. No caso extremo, o próprio gerador que está aumentando sua capacidade passa a ser o marginal do sistema, o que resulta em uma remuneração líquida nula, uma vez que esta remuneração é dada pela diferença entre o custo marginal do sistema (CMCP) e o custo de operação da térmica.

Do ponto de vista do investidor individual, a capacidade “ótima” é aquela que maximiza o seu *lucro*, dado pela diferença entre a remuneração líquida e o custo de investimento. Este ponto de máximo lucro individual está indicado na Figura 2.3. Entretanto, o processo de livre concorrência faz com que *outros* agentes vislumbrem uma oportunidade de lucro e instalem capacidades *adicionais* ao sistema. Com isto, a remuneração começa a diminuir, o que reduz os lucros. O processo de concorrência prossegue até os ingressos líquidos serem exatamente iguais aos custos de investimento, que corresponde ao ponto de “ótimo social” indicado na figura 2.3.

Se mostra agora que este ponto de “ótimo social” corresponde ao mesmo ótimo global do planejamento centralizado. Da condição de otimalidade centralizada (2.4) tem-se que:

$$\partial I(\bar{g})/\partial \bar{g} = -\partial O(\bar{g})/\partial \bar{g} \quad (2.5)$$

Multiplicando ambos os lados da equação por  $\bar{g}^*$ , solução ótima do esquema centralizado, tem-se:

$$\partial I(\bar{g})/\partial \bar{g} \times \bar{g}^* = -\partial O(\bar{g})/\partial \bar{g} \times \bar{g}^* = -\pi_g \times \bar{g}^* \quad (2.6)$$

O componente do lado esquerdo da equação (2.6) é o próprio custo de investimento,  $I(\bar{g}^*)$ . Analisaremos agora o lado direito desta.

O termo  $\partial O(\bar{g})/\partial \bar{g}$  corresponde ao benefício marginal de capacidade. Para um gerador  $j$  qualquer,  $\pi_g(j) = \partial O(\bar{g}(j))/\partial \bar{g}(j)$  mede a variação do custo de operação do sistema para uma variação infinitesimal em sua capacidade instalada,  $\bar{g}(j)$ .

O despacho ótimo realizado pelo agente operador do sistema em cada etapa  $t$  (geralmente horária) pode ser descrito por um modelo de programação linear (equação 2.1)

Das restrições da formulação dual do problema (2.1), tira-se que o benefício marginal de expansão de uma usina  $j$ ,  $\pi_g(j)$ , supondo que esta usina esteja gerando, é dado pela diferença entre seu custo de operação,  $c_j$  e o preço *spot* do sistema,  $\pi_d$ .

$$-\pi_g(j) = \pi_d - c_j \quad (2.7)$$

Multiplicando-se o lado esquerdo de (2.7) pela capacidade instalada  $\bar{g}_j$  e o lado direito pela geração  $g_j$ , a igualdade continua valendo<sup>4</sup>, mesmo para os geradores não despachados:

---

<sup>4</sup> Se  $c_j < \pi_d$  então o gerador está despachado ao máximo, ou seja,  $g_j = \bar{g}_j$  logo a igualdade se mantém. Se  $c_j = \pi_d$  então o lado direito vale zero, mas como neste caso  $\pi_g(j)$  também é zero, a igualdade se mantém. Se  $c_j > \pi_d$  então o lado direito vale zero, pois o gerador  $i$  não é despachado ( $g_j = 0$ ). Como neste caso  $\pi_g(j)$  também é nulo, pois o incremento da capacidade instalada de um gerador que não está despachado não traz economia nenhuma para o sistema, a igualdade também se mantém.

$$-\pi_g(j) \times \bar{g}_j = (\pi_d - c_j) \times g_j \quad (2.8)$$

Comparando as expressões (2.6) e (2.8), observa-se que a condição de otimalidade de uma expansão centralizada coincide com a condição do esquema descentralizado. Esta condição é intuitiva: todos os “lucros” são utilizados para construir os geradores. Se o sistema está em equilíbrio, o valor presente da remuneração líquida *spot* de cada equipamento é igual a seu custo de investimento. Se houver excesso de geração, a remuneração dos geradores - e portanto seu valor - se reduz. Se houver excesso de demanda, a remuneração dos geradores - e portanto seu valor - aumenta.

## 2.4 Síntese das discussões

Neste capítulo foi mostrado que, havendo competição perfeita pela venda de energia elétrica, o ingresso líquido é igual ao investimento necessário para construir o parque gerador (ponto de “ótimo social” na Figura 2.3). Mostrou-se que a configuração ótima que resulta de um esquema de planejamento centralizado, cujo objetivo é minimizar os custos, é igual à configuração obtida em um esquema de livre competição, onde o objetivo é maximizar o lucro. Também discutiu-se que o esquema de pagamento *spot* no MAE produz sinais econômicos eficientes para expansão do sistema. A remuneração *spot* possui a importante propriedade de ser igual à soma dos custos de investimento e despesas operacionais (equação 2.8).

Conforme comentado, pelo menos em sistemas térmicos o planejamento descentralizado converge para o centralizado, dado que exista competição pela venda de energia entre as empresas geradoras. O planejamento descentralizado, onde investidores privados são responsáveis pela construção de novas usinas pressupõe a existência de um mecanismo determinador do preço da energia. Em outras palavras, o investimento do setor privado no setor elétrico é feito com base no valor presente do fluxo de caixa esperado. Este fluxo é calculado por meio de simulações onde em cada cenário se determina, a cada mês por exemplo, qual a remuneração *spot* da usina construída.



### 3 REVISÃO DO PROBLEMA DE DESPACHO HIDROTÉRMICO

Neste capítulo introduziremos a questão da operação ótima de sistemas hidrotérmicos. Este capítulo tem dois objetivos básicos: (i) formular o problema, que é de grande interesse para o Brasil, onde planejamento da operação continuará sendo feito de forma centralizada com vistas a minimizar os custos operativos<sup>5</sup> e (ii) introduzir conceitos e noções que serão úteis em capítulos posteriores.

#### 3.1 Objetivo

O objetivo básico do planejamento da operação é assegurar, de maneira *econômica e confiável*, o fornecimento da carga prevista ao longo do período de planejamento. O objetivo econômico é minimizar os custos com os combustíveis utilizados nas usinas térmicas (carvão, óleo, nuclear, etc.). O objetivo de confiabilidade do sistema consiste em evitar interrupções no fornecimento, incluindo aquelas devidas à falhas nas unidades geradoras ou sistemas de transmissão, e dos racionamentos devidos ao esgotamento dos estoques de energia hidrelétrica dos reservatórios.

A reestruturação do setor elétrico brasileiro não deve afetar o despacho, que continuará sendo centralizado de forma a assegurar uma operação a mínimo custo esperado. No momento, não se prevêem mecanismos de ofertas (*bidding*) tais como os que existem na Inglaterra e Colômbia. Neste capítulo faremos uma revisão do problema do planejamento da operação centralizada em sistemas hidrotérmicos.

---

<sup>5</sup> Nesta seção abordaremos o problema de minimização de custos operativos relativos à produção de energia elétrica. Os resultados desta operação podem diferir dos resultados produzidos por outras regras de operação, com outros objetivos. Por exemplo, a maximização da regularização das vazões por parte dos reservatórios [26].

## 3.2 Operação de Sistemas Térmicos

Em sistemas exclusivamente térmicos, o custo operativo de cada usina depende basicamente do custo de seu combustível. Portanto, o problema operativo consiste em determinar a combinação de usinas que minimiza o custo total com combustíveis (carvão, óleo, nuclear, gás, etc.) necessários para atender a demanda do sistema.

Apesar do problema real de planejamento ser mais complexo devido a fatores tais como perdas, restrições na transmissão, custos de arranque, etc., o problema de planejamento térmico mantém algumas características básicas:

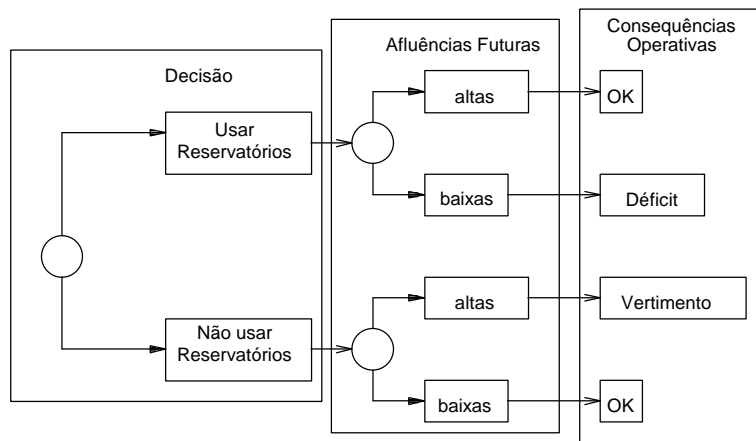
- a. é desacoplado no tempo, isto é, uma decisão operativa hoje não afeta os custos de operação da semana seguinte
- b. as unidades possuem um custo operativo *direto*, i.e. o custo operativo de uma determinada usina não depende da geração das usinas do outro sistema; além disso, a operação da usina não afeta a capacidade de geração ou disponibilidade das outras usinas
- c. a *confiabilidade* do suprimento de energia depende somente da *capacidade* disponível de geração e não da estratégia de operação.

## 3.3 Sistemas Hidrotérmicos

### 3.3.1 Dependência Temporal

Sistemas com um substancial componente de geração hidrelétrica podem usar a energia “grátis” armazenada nos reservatórios do sistema para atender à demanda, evitando assim gastos com combustíveis com as unidades térmicas.

Entretanto, a disponibilidade de energia hidrelétrica é limitada pela capacidade de armazenamento dos reservatórios. Isto introduz uma relação entre a decisão operativa em uma etapa qualquer e as futuras conseqüências desta decisão. Em outras palavras, se a energia hidrelétrica é usada hoje, e por acaso uma seca venha a acontecer, pode ser necessário utilizar energia térmica cara no futuro, ou até mesmo interromper a oferta de energia. Se, por outro lado, os níveis dos reservatórios são mantidos altos através de um uso mais intensivo de geração térmica, e grandes afluências acontecem no futuro, pode haver vertimento no sistema, o que representa um desperdício de energia, e como conseqüência, um aumento nos custos operativos. Ilustra-se esta situação na Figura 3.1.



**Figura 3.1 - Tomada de Decisão em Sistemas Hidrotérmicos**

Por isso, em contraste com os sistemas térmicos, cuja operação é desacoplada no tempo, a *operação de sistemas hidrelétricos é acoplada no tempo, isto é, uma decisão operativa hoje afeta os custos operativos no futuro.*

### 3.3.2 Interdependência dos Custos Operativos das Usinas

A solução ótima do problema do planejamento hidrotérmico consiste em estabelecer um balanço entre o benefício *imediato* obtido pelo uso da água no presente e o benefício *futuro* em armazená-la, como ilustra a Figura 3.2. Este benefício é medido em termos da economia de uso de combustíveis nas térmicas.

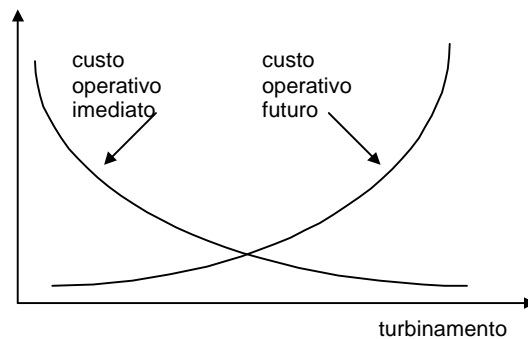


Figura 3.2 - Custo Imediato e Futuro vs. turbinamento

Para se saber se o estoque de energia hidrelétrica deve ser utilizado, é necessário *simular* a operação do sistema no futuro, e julgar o impacto desta decisão em termos de custos operativos. O horizonte de planejamento depende da capacidade de armazenamento do sistema. Se a capacidade é pequena, o impacto de uma solução é diluído em poucos meses. Se a capacidade é grande, como no caso do sistema brasileiro, o horizonte de simulação é muito maior, cerca de cinco anos.

### 3.3.3 Valor marginal da água

A função de custo imediato - FCI – é resultado dos custos de geração térmica na etapa  $t$ . À medida que se aumenta o volume turbinado - e portanto, a produção de energia hidroelétrica – diminui-se o custo imediato. Por sua vez, a função de custo futuro - FCF - está associada ao custo esperado (médio) da geração térmica da etapa  $t+1$  até o final do

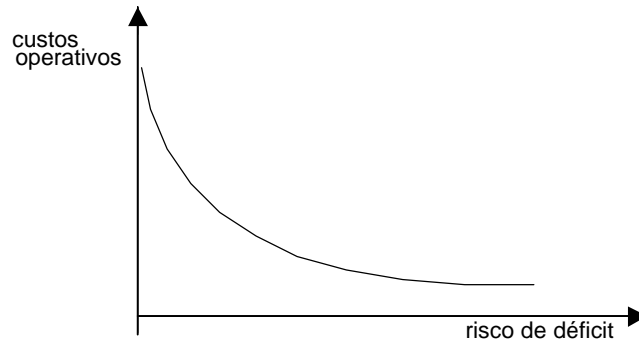
período de estudo. Observa-se que a FCF aumenta com o volume turbinado na etapa  $t$ , pois haverá menos água disponível no futuro.

A FCF é calculada através de *simulações* operativas do sistema para diferentes níveis de armazenamento inicial. Este problema de decisão dinâmica fica mais complexo em função da *variabilidade* das vazões afluentes aos reservatórios, que flutuam sazonalmente, regionalmente e de um ano para o outro. Pelo fato das afluências se originarem nas chuvas, as previsões geralmente são imprecisas. Por conta desta incerteza das vazões, os estudos de simulação devem representar um grande número de *cenários hidrológicos* (anos secos, médios ou úmidos, etc.) para calcular o impacto de uma decisão operativa.

Com base no que já foi dito, concluímos que, diferentemente das usinas térmicas que possuem um custo de operação direto, as usinas hidrelétricas possuem um *custo de operação indireto associado à economia com uso de combustíveis proporcionada pela redução da geração térmica no futuro*. Este custo de operação também é *não separável*, i.e., depende da geração das outras unidades do sistema, hoje e no futuro.

### **3.3.4 Custos operativos vs. confiabilidade de suprimento de energia**

Os objetivos da operação econômica e da confiabilidade de suprimento de energia são *conflitantes*. Por exemplo: a política mais econômica possível consiste em não utilizar geração térmica. Entretanto esta política também é a menos confiável, por conduzir a riscos de racionamentos de energia mais altos. Por outro lado, a política que maximiza a segurança do fornecimento de energia corresponde ao uso o máximo da geração térmica, mantendo assim os níveis dos reservatórios o mais alto possíveis. Entretanto esta política é obviamente a mais cara. A Figura 3.3 ilustra esta interdependência entre economia e confiabilidade.



**Figura 3.3 - Custo Operativo vs. Risco de Déficit**

Para determinarmos uma política operativa, torna-se necessário estabelecer um *tradeoff* entre os dois objetivos. Isto pode ser feito de duas maneiras: (a) estabelecendo um nível mínimo aceitável de atendimento à demanda; (b) atribuindo um custo à interrupção do fornecimento de energia.

Na primeira abordagem, o objetivo da operação do sistema consiste em minimizar o valor esperado do custo de operação, sujeito a uma restrição no nível de atendimento à demanda, que no caso do Brasil, por exemplo, é de 5%/ano; isto é, *em média* o intervalo médio entre dois déficits de energia é de vinte anos. A real ocorrência de racionamento é obviamente um fenômeno aleatório, portanto é perfeitamente possível haver dois anos seguidos de racionamento, seguidos de trinta anos sem problemas de oferta de energia.

Na segunda abordagem, o objetivo é minimizar a soma do custo esperado mais custo de racionamento. O custo de déficit procura representar o impacto econômico associado a interrupções no fornecimento. Sua determinação é muito complexa em função da deficiência de dados de modelos econométricos. Além disso, o custo de déficit também é função da estrutura econômica do país, cuja evolução é difícil de se prever e de variáveis políticas e sociais: certamente o impacto político de um racionamento de energia é maior em bairros de classe alta nos grandes centros urbanos que em comunidades agrícolas.

Em suma, o cálculo da política de operação de um sistema hidrotérmico depende de um parâmetro externo, que pode ser um risco de déficit considerado aceitável ou um custo de déficit. Note que estes parâmetros são interdependentes: uma vez definido o custo de déficit, o risco de déficit resultante pode ser estimado a partir dos estudos de simulação. Por outro lado, uma vez escolhido o risco de déficit, o custo de déficit resultante pode ser obtido a partir do preço “sombra” associado à restrição na confiabilidade no suprimento de energia.

### 3.4 Estratégia de Solução

Como já discutido, o tomador de decisões se depara com o problema de utilizar os estoques “grátis” de energia hidráulica ou “economizá-los” para uma futura geração de energia. Por não ser possível o conhecimento prévio das futuras vazões afluentes e demandas, este *tradeoff* só pode ser expresso em termos probabilísticos.

Em lugar de um *cronograma* de geração para cada usina, ou seja, uma seqüência de decisões operativas, é necessário calcular uma *estratégia* de operação - uma decisão para cada possível estado do sistema em cada etapa. Por exemplo, é intuitivo que menos geração térmica preventiva seja necessária quando os níveis de armazenamento estejam altos do que quando estejam baixos. Em outras palavras, a quantidade ótima de geração térmica é uma função dos níveis de armazenamento dos reservatórios.

Geralmente, os estados do sistema devem incluir todos os valores que afetariam os custos futuros da operação. Neste caso, pelo menos dois tipos de variáveis de estado devem ser representadas: o nível de armazenamento, já discutido anteriormente, e a “tendência hidrológica” no sistema. Devido à característica de retenção / esvaziamento da água nos aquíferos subterrâneos, as afluições em etapas sucessivas são estatisticamente correlacionadas. Assim sendo, as afluições observadas em etapas anteriores são bons indicadores da tendência hidrológica futura. Em outras palavras, se os volumes afluídos em etapas anteriores recentes estão acima da média, as afluições futuras próximas

também tenderão a ser maiores que a média. Por isso, a geração térmica preventiva pode ser reduzida sem ameaçar a confiabilidade do sistema. Reciprocamente, seria recomendado aumentar a geração térmica quando os volumes afluentes estiverem abaixo da média.

A estratégia que minimiza os custos é usualmente calculada por um esquema de *programação dinâmica estocástica (PDE)* [21,22,25] que será discutido na Seção 3.6. O resultado final do algoritmo de PDE é uma tabela com *custos marginais para a geração hidráulica*, que indica a variação dos custos operativos futuros com um acréscimo de 1 MWh hoje na geração hidráulica. A Tabela 3.1 ilustra esta política para um sistema composto de uma usina hidrelétrica e várias usinas térmicas.

**Tabela 3.1 - Custos Marginais para Geração Hidrelétrica**

Armaz. (%)	Afluência Anterior		
	Alta	Média	Baixa
100	0.	0.	2.
90	3.	4.	5.
.	.	.	.
.	.	.	.
20	42.	46.	50.
10	50.	54.	58.
0	70.	76.	83.

Uma vez de posse da tabela de custos marginais, a operação de sistemas hidrotérmicos é imediata:

- (a) dado o armazenamento do reservatório no início do mês e a afluência do mês anterior - dados de entradas para a tabela - ler o custo marginal de geração hidráulica correspondente;
- (b) carregar as unidades geradoras (hidráulicas e térmicas) pela ordem crescente do custo operativo, até a demanda ser satisfeita.



### 3.5 Subproblema de um estágio - Função Objetivo

Em contraste com o caso térmico, onde a solução ótima podia ser obtida por inspeção, o despacho hidrotérmico ótimo requer a solução do seguinte problema de otimização linear:

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \sum_{j=1}^J c_j \times g_{tj} + \text{FCF}(v_{t+1}) && \text{Variável dual} \\ \text{sujeito a} & && (3.1) \\ & v_{t+1} + u_t + s_t = v_t + a_t && \pi_{ht} \quad (3.1a) \\ & v_{t+1} \leq \bar{v} && (3.1b) \\ & u_t \leq \bar{u} && (3.1c) \\ & \sum_{j=1}^J g_{jt} + \rho u_t = d_t && \pi_{dt} \quad (3.1d) \end{aligned}$$

$j$	indexa as usinas térmicas (J número de térmicas)
$v_{t+1}(i)$	Armazenamento final da usina $i$ no estágio $t$ (variável de decisão)
$v_t(i)$	Armazenamento inicial da usina $i$ no estágio $t$ (valor conhecido)
$a_t(i)$	afluência lateral à usina $i$ no estágio $t$ (valor conhecido)
$u_t(i)$	volume turbinado no estágio $t$ (variável de decisão)
$s_t(i)$	volume vertido no estágio $t$ (variável de decisão)
$\bar{v}(i)$ e $\bar{u}(i)$	limites de armazenamento e turbinamento respectivamente
$\rho$	coeficiente de produção da hidrelétrica $i$ (MWh/hm <sup>3</sup> ) (valor conhecido).

Além da decisão operativa ótima, o problema de PL (3.1) calcula as variáveis duais associadas à cada restrição. Assim, o preço *spot* horário do sistema é a variável dual associada à restrição de atendimento à demanda (3.1d), e o **valor da água** é a variável dual associada à equação de balanço hídrico (3.1a).

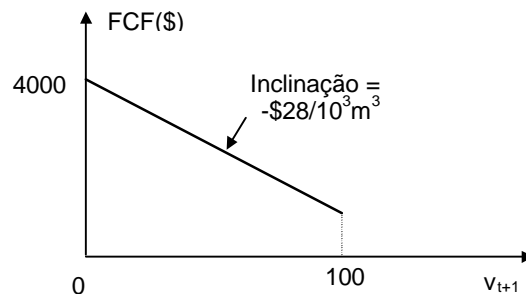
### 3.6 Exemplo

A aplicação dos conceitos acima será ilustrada através de um exemplo com dois térmicas e uma usina hidro,  $H_1$ . A Tabela 3.2 apresenta as características físicas da usina (capacidade instalada, limite de armazenamento, coeficiente de produção etc.) e os parâmetros específicos do estágio (volume inicial, vazão afluyente).

**Tabela 3.2 - Características da hidrelétrica**

Nome	capac. (MW)	Armaz. max ( $10^3\text{m}^3$ )	coef. Prod. (MWh/ $10^3\text{m}^3$ )	turb. Max ( $10^3\text{m}^3/\text{h}$ )	vol.inic. ( $10^3\text{m}^3$ )	vazão afl. ( $10^3\text{m}^3/\text{h}$ )
$H_1$	15	100	2	15	30	5

A função de custo futuro é representada pela função linear  $\text{FCF}(v_{t+1}) = -28v_{t+1} + 4000$ , ilustrada na Figura 3.4.



**Figura 3.4 - função de custo futuro**

Finalmente, as Tabelas 3.3 e 3.4 apresentam as características das unidades térmicas e das demandas.

**Tabela 3.3 – Usinas térmicas**

Nome	Capacidade (MW)	custo operativo (\$/MWh)
G <sub>1</sub>	10	8
G <sub>2</sub>	5	12
G <sub>3</sub>	20	15

**Tabela 4.4 – Demandas**

Nome	Demanda (MWh)
D <sub>1</sub>	6
D <sub>2</sub>	14

Substituindo os dados do exemplo acima no problema (3.1), chega-se à formulação final:

$$\text{Min} \quad 8 \times g_{t1} + 12 \times g_{t2} + 15 \times g_{t3} - 28 \times v_{t+1}(1) + 4000 \quad (3.2)$$

sujeito a

$$v_{t+1} + u_t + s_t = 30 + 5$$

$$v_{t+1} \leq 100$$

$$u_t \leq 15$$

$$\sum_{j=1}^J g_{jt} + 2 \times u_t = 14 + 6$$

Variável dual

$$\pi_{ht} \quad (3.2a)$$

$$(3.2b)$$

$$(3.2c)$$

$$\pi_{dt} \quad (3.2d)$$

Para obter o despacho ótimo, é necessário comparar o custo direto das térmicas com o custo de oportunidade das usinas hidro. Da função de custo futuro, sabemos que esvaziar  $10^3 m^3$  do reservatório penaliza em \$28 a operação futura do sistema. Por outro lado, com este mesmo volume podemos gerar  $\rho \times 1 = 2$  MWh no estágio. Portanto, só vale a pena utilizar a energia hidro se as alternativas térmicas custarem mais que  $28/2 = \$14/\text{MWh}$ . Isto significa que a ordem de entrada das unidades neste exemplo é (T<sub>1</sub>, T<sub>2</sub>, H<sub>1</sub>, T<sub>3</sub>). O despacho ótimo está apresentado na Tabela 3.5:

**Tabela 3.5 - Despacho Ótimo - Sistema Hidrotérmico**

<b>Unidade</b>	<b>Custo (\$/MWh)</b>	<b>Geração (MWh)</b>
T <sub>1</sub>	8	10
T <sub>2</sub>	12	5
H <sub>1</sub>	14	5
T <sub>3</sub>	15	0

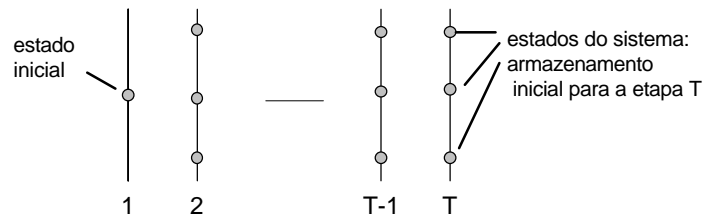
O gerador marginal neste caso é H<sub>1</sub>. Portanto, o preço “spot” do sistema é \$14/MWh. (naturalmente, a solução do problema em casos reais é mais complexa, devido às restrições hídricas e à variação não linear do custo futuro com o armazenamento final).

Finalmente, observa-se que, ao contrário do caso térmico, onde o preço “spot” sempre corresponde ao da térmica mais cara despachada, em sistemas hidrotérmicos ele também pode corresponder ao custo de oportunidade das unidades hidro.

Como discutido anteriormente, as decisões operativas de um sistema hidrotérmico estão calcadas no equilíbrio entre o custo de oportunidade imediato e seu valor esperado futuro, representado pela FCF. Apresentamos a seguir o procedimento recursivo de programação dinâmica estocástica (PDE).

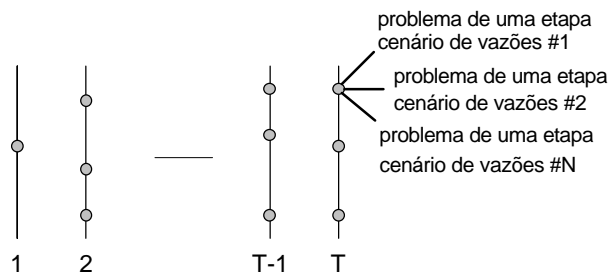
### 3.7 A Programação Dinâmica Estocástica

- a) para cada etapa  $t$  (tipicamente um mês ou uma semana) define-se um conjunto de *estados do sistema*, por exemplo, níveis de armazenamento 100%, 90%, etc. até 0%. A Figura 3.5 ilustra a definição dos estados para um reservatório. Supõe-se conhecido o armazenamento inicial da primeira etapa.



**Figura 3.5 - Definição dos estados do Sistema**

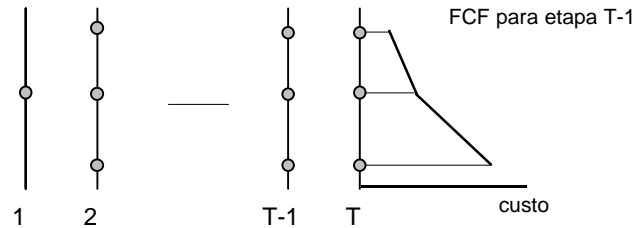
- b) iniciar na *última* etapa,  $T$ , e resolver o problema de despacho de uma etapa (3.1) - ver a seção anterior - supondo que o armazenamento inicial corresponda ao primeiro nível selecionado no passo (a) - por exemplo, 100%. Dado que se trata da última etapa, se supõe que a FCF seja igual a zero. Resolver o problema de despacho para cada um dos  $N$  cenários de vazões para a etapa. O esquema está ilustrado na Figura 3.6.



**Figura 3.6 - Cálculo da decisão ótima por cenário - última etapa**

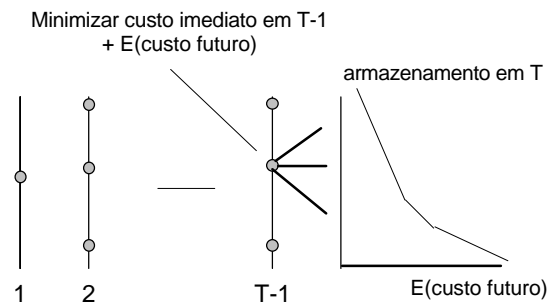
- c) Calcular o valor esperado do custo operativo associado ao nível 100% como a média dos custos dos  $N$  subproblemas de uma etapa. Com isto obtém-se o primeiro ponto da

FCF para a etapa  $T-1$ , i.e.  $\alpha_T(v_T)$ . Repetir o cálculo do valor esperado dos custos operativos para os demais estados da etapa  $T$ . Interpolando os custos para pontos intermediários (entre dois estados) e produzir a FCF  $\alpha_T(v_T)$  para a etapa  $T-1$ , como ilustra a Figura 3.7.



**Figura 3.7 - Cálculo da FCF para a etapa T-1**

- e) Repetir o processo para todos os estados de armazenamento selecionados nas etapas  $T-1$ ,  $T-2$  etc. como ilustra a Figura 3.8. Observe que o objetivo agora é minimizar o custo operativo imediato da etapa  $T-1$  mais o valor esperado do custo futuro, dado pela função linear por partes calculada no passo anterior.



**Figura 3.8 - Cálculo do custo operativo para a etapa T-1 e FCF para T-2**

O resultado final do esquema de PDE (a)-(e) é um conjunto de FCFs  $\{\alpha_{t+1}(v_{t+1})\}$  para todas as etapas  $t = 1, \dots, T$ . Como mencionado anteriormente, o cálculo desta função requer a representação da operação conjunta do sistema, com o conhecimento completo dos estados de armazenamento de todas as usinas do sistema; como consequência, o valor da

água de uma usina hidroelétrica é uma função não-separável do estado das demais usinas hidroelétricas do sistema.

### 3.7.1 Limitações da PDE

A implementação da PDE é direta e vem sendo usada há vários anos por países com sistemas hidrotérmicos [21],[22]. Note entretanto, que a estratégia operativa tem que ser calculada para *todas* as combinações de possíveis estados de armazenamento dos reservatórios e tendências hidrológicas.

Como consequência, o problema rapidamente se torna inviável sob o ponto de vista computacional. Suponha por exemplo, que 20 valores discretos são usados para representar a variação dos volumes armazenados em cada reservatório e que outros 20 valores sejam precisos para representar os volumes afluentes que chegam na etapa anterior. Se o sistema possui  $N$  reservatórios, existem  $20^{2N}$  possíveis combinações para os estados de armazenamento e tendências hidrológicas.

Devido ao crescimento exponencial do esforço computacional com o número de variáveis de estado - a bem conhecida “maldição da dimensionalidade” da programação dinâmica - a resolução explícita do problema de operação ótimo é inviável, mesmo para um número pequeno de reservatórios.

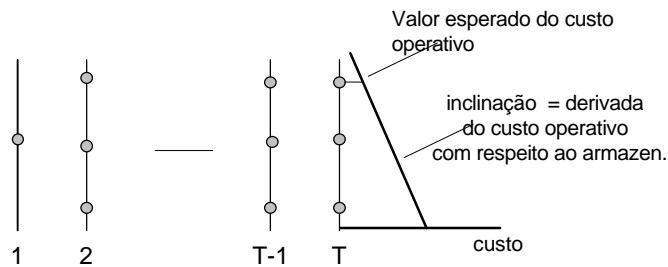
Por esta razão, tornou-se necessário fazer algum tipo de aproximação na representação das variáveis de estado. Por exemplo, agregar os reservatórios do sistema em um único que representa a capacidade de produção da cascata [22].

## 3.8 A Programação Dinâmica Dual Estocástica

Uma abordagem utilizada para “driblar” o problema da maldição da dimensionalidade é o emprego da programação dinâmica estocástica *dual* [23]-[24]. Este método vem sendo

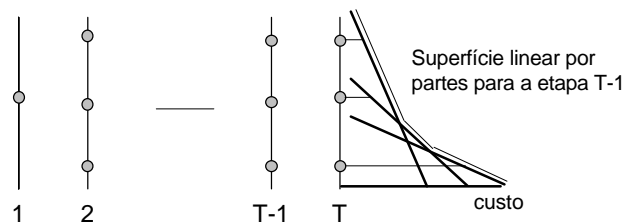
utilizado em diversos países da América do Sul e Central, além dos EUA, Nova Zelândia, Espanha e Noruega.

A PDDE se baseia no fato da FCF poder ser representada por uma função linear por partes, ou seja, não há necessidade de se interpolar valores. Ademais, mostra-se que a derivada da FCF em torno de um ponto qualquer corresponde ao valor esperado da água, que como visto na restrição (3.1d), é dado pelas variáveis dual associadas às restrições de balanço hídrico dos reservatórios. A Figura 3.9 ilustra o uso da PDDE no cálculo do valor esperado do custo operativo e a derivada da FCF para a última etapa, estado inicial = 100% (passo (c) da programação dinâmica estocástica tradicional)



**Figura 3.9 - Cálculo do 1º segmento da FCF**

A Figura 3.10 ilustra o cálculo do custo operativo e derivadas da FCF para cada estado da etapa T. A superfície *linear por partes* resultante deste procedimento é a FCF  $\alpha_T(v_T)$  para a etapa T-1.



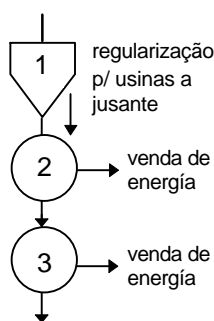
**Figura 3.10 - FCF linear por partes para a etapa T-1**



## 4 O MERCADO ATACADISTA EM SISTEMAS HIDROTÉRMICOS

### 4.1 Distorção do CMCP do sistema em cascatas

A Figura 4.1 mostra um sistema composto por um reservatório “puro”, isto é, sem capacidade de turbinamento, que está a montante de duas usinas a fio d’água. O reservatório regulariza a vazão afluyente a estas usinas a fio d’água, aumentando sua capacidade de produção nos períodos de seca, o que reduz os custos operativos térmicos. Portanto, num enfoque marginalista, o reservatório deveria receber uma remuneração *spot* correspondente a seu custo de investimento.



**Figura 4.1 - Conjunto reservatório “puro” e usinas a fio d’água**

Dado que o esquema *spot* remunera somente a *energia gerada*, o reservatório a montante não teria nenhuma receita, que é inteiramente apropriada pelas usinas a jusante. Isto indica a existência de uma distorção na alocação dos benefícios econômicos para os agentes, onde as usinas a jusante se apropriam da receita dos reservatórios a montante. É importante observar que esta distorção ocorre mesmo nos casos em que os reservatórios são providos de turbinas com capacidade de gerar energia. Esta distorção é portanto um efeito geral para usinas em cascata, e não para o caso particular em que os reservatórios não tem capacidade de geração, os chamados reservatórios “puros”.

A alocação *spot*, mesmo que equivocada para o caso de usinas em cascata, não é necessariamente motivo para grandes preocupações quando todas as usinas hidrelétricas da cascata pertencem à mesma empresa, pois a receita total (soma das remunerações *spot* de todas as usinas da cascata) está correta. Entretanto, em muitos países, tais como Chile, Colômbia e no Brasil, isto não acontece. Na Colômbia por exemplo, o reconhecimento do valor econômico da regularização do reservatório Guatapé, causa defendida pelo seu proprietário, EPM (Empresas Públicas de Medellín), está sendo decidido na Justiça uma vez que a outra empresa envolvida, a ISA, proprietária da usina de San Carlos, localizada à jusante de Guatapé, não aceita pagar a quantia reivindicada pela EPM [4].

A distorção dos sinais econômicos possui conseqüências também na expansão do setor quando esta expansão é feita de maneira descentralizada pela iniciativa privada. O caso da Argentina é bem ilustrativo: quando as hidrelétricas da Argentina foram privatizadas, o valor econômico atribuído às usinas foi calculado em função dos fluxos de caixa com as remunerações *spot* das mesmas. Em outras palavras, as usinas com pouca geração de energia (em geral localizadas a montante) foram subavaliadas enquanto as usinas a jusante foram superavaliadas. Como foram vendidas todas as usinas da cascata, o *total arrecadado* pelas privatizações foi correto. Entretanto ao se adotar esta alternativa, a construção de novas usinas na cascata foi inevitavelmente abalada: não há incentivo algum para grupos privados contruírem usinas “de cabeceira” com poder de regularização das vazões afluentes para as usinas localizadas a jusante na mesma cascata.

## 4.2 Mercados de água e energia elétrica

A distorção identificada nas discussões anteriores ocorre porque existem *dois* bens econômicos em um sistema hidroelétrico.

- (a) *energia elétrica* - comercializada pelo conjunto *turbina/gerador* das usinas hidrelétricas
- (b) *água* - comercializada pelos *reservatórios* das mesmas.

O reservatório é um agente econômico que “compra” a água nos períodos de chuvas, quando os reservatórios estão cheios e a água está barata e a armazena até a chegada do período seco, quando seu preço está elevado. Já o conjunto turbina/gerador é um agente econômico que compra esta água e a transforma em energia, para venda no MAE. Nas seções a seguir, propomos a criação de um Mercado Atacadista de Água (MAA), aos moldes do MAE. O objetivo é o reconhecimento do *commodity* água.

### 4.3 Cálculo da remuneração dos agentes a montante

#### 4.3.1 Problema de despacho hidrotérmico

Os conceitos discutidos na seção anterior são melhor entendidos através do despacho hidrotérmico para o sistema com três usinas da Figura 4.1. Por facilidade de notação, não se está representando o volume turbinado pelo reservatório. Supõe-se que o mesmo não tenha capacidade instalada. Também não se está representando o volume vertido pelas centrais a fio d’água, pois se supõe que não há limites em sua capacidade de turbinamento. Como mencionado anteriormente, a formulação a seguir é válida para o caso geral onde existe um limite superior para a capacidade de turbinamento dos reservatórios e limites nas usinas a fio d’água:

$$\begin{aligned}
 \text{Min} \quad & \sum_{j=1}^J c_j g_{jt} + \alpha_{t+1}(v_{t+1}) & \text{Variável dual:} \\
 \text{sujeito a} & & (4.1) \\
 & v_{t+1}(1) = v_t(1) + a_t(1) - s_t(1) & \pi_{ht}(1) & (4.1a) \\
 & u_t(2) = a_t(2) + s_t(1) & \pi_{ht}(2) & (4.1b) \\
 & u_t(3) = a_t(3) + u_t(2) & \pi_{ht}(3) & (4.1c) \\
 & v_{t+1} \leq \bar{v} & & (4.1d) \\
 & \sum_{j=1}^J g_{jt} + \rho_2 u_t(2) + \rho_3 u_t(3) = d_t & \pi_{dt} & (4.1e)
 \end{aligned}$$

onde:

$t$	indexa as etapas ( $T$ é o horizonte do estudo)
$j$	indexa as usinas térmicas ( $J$ térmicas)
$g_{jt}$	geração da usina $j$
$c_j$	custo unitário de operação da usina $j$
$d_t$	demanda na etapa $t$
$i$	indexa as usinas hidrelétricas ( $I$ hidrelétricas)
$v_{t+1}(i)$	volume armazenado na usina $i$ ao final da etapa $t$ (variável de decisão)
$\alpha_{t+1}(v_{t+1})$	função de custo futuro – informa o valor esperado do custo operativo da etapa $t+1$ até o final do período do estudo, $T$
$v_t(i)$	volume armazenado na usina $i$ no início da etapa $t$ (valor conhecido)
$a_t(i)$	volume lateral afluyente à usina $I$ na etapa $t$ (valor conhecido)
$u_t(i)$	volume turbinado pela usina $i$ na etapa $t$ (variável de decisão)
$s_t(i)$	volume vertido pela usina $i$ na etapa $t$ (variável de decisão)

As equações (4.1a)-(c) representam os balanços hídricos para os reservatórios e para as usinas a fio d'água, respectivamente.

Como visto no capítulo anterior, os multiplicadores simplex  $\{\pi_{ht}(i)\}$  associados às equações de balanço hídrico representam o *valor da água* em cada local, isto é, o benefício operativo resultante de um  $m^3$  adicional de afluência lateral.

A restrição (4.1d) representa o limite de armazenamento do reservatório. Finalmente, a equação (4.1e) representa o atendimento à demanda. O multiplicador simplex  $\pi_{dt}$  associado a esta restrição representa o preço *spot* da energia.

### 4.3.2 Remuneração *spot* dos geradores

A remuneração *spot* das usinas a fio d'água é dada pela produção de energia das usinas (resultado do produto da vazão turbinada pelo coeficiente de produção) multiplicada pelo preço *spot*  $\pi_{dt}$ :

$$R_t(2) = \pi_{dt} \times \rho_2 \times u_t(2) \quad (4.2)$$

$$R_t(3) = \pi_{dt} \times \rho_3 \times u_t(3)$$

onde  $R_t(i)$  é a remuneração da usina  $i$  na etapa  $t$ . Como discutido anteriormente, uma parte destas remunerações se deve ao efeito de regularização de vazões do reservatório, fator não reconhecido nas expressões (4.2). A seguir este efeito será representado de maneira explícita.

### 4.3.3 Efeito do reservatório

Reescrevendo (4.1a) em termos dos volumes de saída, se obtém:

$$s_t(1) = a_t(1) + \Delta v_t \quad (4.3)$$

onde  $\Delta v_t = v_t(1) - v_{t+1}(1)$  representa a *variação* do armazenamento na etapa  $t$ .

Substituindo (4.3) na equação de balanço hídrico da segunda usina (4.1b), obtém-se :

$$u_t(2) = q_t(2) + \Delta v_t \quad (4.4)$$

onde  $q_t(2) = a_t(1) + a_t(2)$  é a vazão natural *total* afluyente à usina #2, isto é, sem o efeito da variação  $\Delta v_t$  do reservatório. Finalmente, substituindo (4.3) na equação de balanço da terceira usina (4.1c) resulta:

$$u_t(3) = q_t(3) + \Delta v_t \quad (4.5)$$

onde, de maneira análoga a (4.4),  $q_t(3) = a_t(1) + a_t(2) + a_t(3)$  é a vazão natural total afluyente à usina #3.

Das equações (4.4) e (4.5) conclui-se que o turbinamento das centrais se decompõe em uma parcela correspondente à vazão natural afluyente à planta (isto é, o que chegaria sem o efeito da regularização a montante) e uma parcela que se deve à variação do reservatório.

#### 4.3.4 Compensação dos geradores

Isto sugere que cada usina deveria transferir para o reservatório a *diferença* entre sua vazão turbinada e a vazão natural multiplicada pelo preço *spot* do sistema:

$$\Delta G_t(2) = \pi_{dt} \times \rho_2 \times [q_t(2) - u_t(2)] = \pi_{dt} \times \rho_2 \times [-\Delta v_t] \quad (4.6)$$

$$\Delta G_t(3) = \pi_{dt} \times \rho_3 \times [q_t(3) - u_t(3)] = \pi_{dt} \times \rho_3 \times [-\Delta v_t]$$

onde  $\Delta G_t(i)$  é a compensação do gerador  $i$  na etapa  $t$ . As equações (4.6) podem ser interpretadas da seguinte maneira: se o turbinamento  $u_t(i)$  excede a vazão natural  $q_t(i)$ , isto indica que o reservatório está “vendendo” sua água armazenada para as usinas e portanto deve ser remunerado por isto. A remuneração  $\Delta G_t(i)$  representa o custo de oportunidade da venda do turbinamento adicional. Observa-se que neste caso  $\Delta G_t(i)$  é negativo, isto é, representa uma perda na remuneração da usina.

Por outro lado, se  $u_t(i)$  é inferior a  $q_t(i)$ , isto indica que o reservatório está “retendo” água do sistema, e deve pagar pela mesma. Neste caso, a usina recebe do sistema uma indenização  $\Delta G_t(i)$  (positiva) que representa o custo de oportunidade da geração não realizada.

#### 4.3.5 Compensação dos reservatórios

Sob o ponto de vista do reservatório, a venda e a compra da água armazenada deve ser remunerada com base no *valor da água* no local do reservatório:

$$\Delta E_t(i) = \pi_{ht}(i) \times \Delta v_t(i) \quad (4.7)$$

onde  $\Delta E_t(i)$  é a compensação do reservatório  $i$  na etapa  $t$ , e  $\pi_{ht}(i)$  é seu valor da água (ver equação de balanço hídrico (4.1a)). Se  $\Delta v_t(i)$  é positivo, isto significa que o reservatório está esvaziando e portanto recebe do sistema. A compensação  $\Delta E_t(i)$  é positiva. Por outro lado, quando  $\Delta v_t(i)$  é negativo, o reservatório está enchendo, e paga ao sistema, portanto a compensação  $\Delta E_t(i)$  é negativa.

#### 4.3.6 Balanço das compensações dos reservatórios e geradores

No caso geral, uma usina composta por um reservatório e provida de geração (turbinas) tem uma compensação total de:

$$\Delta C_t(i) = \Delta E_t(i) + \Delta G_t(i) = \pi_{ht}(i) \times \Delta v_t(i) + \pi_{dt} \times \rho_i \times \left[ \sum_{k \in M_i} -\Delta v_t(k) \right] \quad (4.8)$$

onde  $M_i$  representa o conjunto composto pela usina  $i$  e de todas as usinas localizadas a montante de  $i$ .

A distorção nos sinais econômicos para as hidrelétricas em cascata pode ser corrigida através da introdução dos termos de compensação (4.8) no balanço de pagamentos do MAE.

Um aspecto importante do esquema de compensações proposto é que os pagamentos e os recebimentos pelo efeito dos reservatórios se “cancelam”. Em outras palavras, a soma das compensações  $\{\Delta C_t(i)\}$  dos geradores e dos reservatórios deve ser igual a zero.

Escrevendo as restrições do problema dual de (4.1) pode-se mostrar que:

$$\pi_{dt} \times \rho_i = \pi_{ht}(i) - \pi_{ht}(i+1) \quad (4.9)$$

onde  $i+1$  representa a usina localizada a jusante da usina  $i$ . Em outras palavras, o custo de oportunidade pela venda de energia no local  $i$  é dado pela diferença entre os valores da água em  $i$  e na usina a jusante de  $i$ . Substituindo (4.9) em (4.8) obtém-se:

$$\Delta C_t(i) = \pi_{ht}(i) \times \Delta v_t(i) + (\pi_{ht}(i) - \pi_{ht}(i+1)) \times \left[ \sum_{k \in M_i} -\Delta v_t(k) \right] \quad (4.10)$$

A soma dos  $\{\Delta C_t(i)\}$  para toda a cascata é zero. Por exemplo, para o sistema com três usinas em cascata da Figura 4.1, tem-se:

$$\Delta C_t(1) = \pi_{ht}(1) \times \Delta v_t(1) + (\pi_{ht}(1) - \pi_{ht}(2)) \times [-\Delta v_t(1)] \quad (4.11)$$

$$\Delta C_t(2) = \pi_{ht}(2) \times \Delta v_t(2) + (\pi_{ht}(2) - \pi_{ht}(3)) \times [-\Delta v_t(1) - \Delta v_t(2)]$$

$$\Delta C_t(3) = \pi_{ht}(3) \times \Delta v_t(3) + (\pi_{ht}(3) - 0) \times [-\Delta v_t(1) - \Delta v_t(2) - \Delta v_t(3)]$$

Somando os termos e colocando  $\Delta v_t(1)$ ,  $\Delta v_t(2)$  e  $\Delta v_t(3)$  em evidência, tem-se:

$$\Delta v_t(1) \times (\pi_{ht}(1) - \pi_{ht}(1) - \pi_{ht}(2) + \pi_{ht}(2) - \pi_{ht}(3) + \pi_{ht}(3)) = 0$$

$$\Delta v_t(2) \times (\pi_{ht}(2) - \pi_{ht}(2) + \pi_{ht}(3) - \pi_{ht}(3)) = 0$$

$$\Delta v_t(1) \times (\pi_{ht}(3) - \pi_{ht}(3)) = 0 \quad (4.12)$$



#### 4.4 Exemplo de Balanço no MAA

Como ilustração, mostraremos o funcionamento do MAA para um sistema composto por duas usinas em cascata. Para tornar o exemplo mais interessante, utilizaremos duas usinas reais: Mascarenhas de Moraes e Estreito. Sabemos que problema da cascata aparece quando as usinas pertencem a empresas distintas, o que não não é o caso (Furnas é a proprietária de ambas). Os dados destas usinas se encontram na Tabela 4.1. A etapa considerada é 1 mês. Em nosso exemplo o sistema se resume a estas duas hidrelétricas e duas térmicas, como mostra a Tabela 4.2. A demanda no mês é de 700 GWh.

**Tabela 4.1 - Características das Hidrelétricas**

Nome	Capac. Instal. (MW)	Armaz. Máximo (Hm <sup>3</sup> )	Coefficiente Produção (MWh/Hm <sup>3</sup> )	Volume Inicial (Hm <sup>3</sup> )	Volume Afluente Lateral (Hm <sup>3</sup> )
MASC. MORAES	478	4040	87	2000	2000
ESTREITO	1104	0	156	0	400

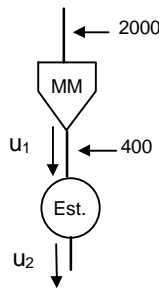
**Tabela 4.2 - Características das Térmicas**

Nome	Capac. Mensal de produção (GWh)	Custo (\$/MWh)
T1	100	8
T2	100	12

Como Estreito é uma fio d'água, a função de custo futuro só depende do armazenamento de Mascarenhas de Moraes. Como no exemplo da Seção 3.8, vamos supor conhecido o valor esperado futuro da água no reservatório de Mascarenhas de Moraes para este nível de armazenamento: \$2430/Hm<sup>3</sup>.

Seguindo o mesmo roteiro da Seção 3.8, concluímos que esvaziar  $1 \text{ Hm}^3$  de Mascarenhas de Moraes penaliza em \$2430 a operação futura do sistema. Por sua vez, a energia resultante do turbinamento é dada pela *soma* das gerações na cascata (composta pelas duas usinas):

$$1 \text{ Hm}^3 (87 \text{ MWh/ Hm}^3 + 156 \text{ MWh/Hm}^3) = 243 \text{ MWh}$$



**Figura 4.2 - Sistema Hidro em Cascata**

Neste caso, vale a pena despachar Mascarenhas de Moraes sempre que a alternativa térmica custar mais que  $2430/243 = \$10/\text{MWh}$ . A ordem de entrada das unidades é agora:

(Estreito,  $T_1$ , M.Moraes,  $T_2$ )

Estreito tem prioridade de despacho pois seu custo de oportunidade é zero (é uma fio de água). Seguindo esta ordem, calculamos as energias produzidas pelas usinas como:

$$u_1 * 87 + (u_1 + 400) * 156 + 100 * 10^3 = 700 * 10^3$$

Portanto:  $u_1 = 2212 \text{ Hm}^3$  e Energia M. Moraes =  $2212 * 0.087 = 192.5 \text{ GWh}$   
 $u_2 = 2612 \text{ Hm}^3$  e Energia Estreito =  $2612 * 0.156 = 407.5 \text{ GWh}$

**Tabela 4.3 - Despacho Ótimo**

<b>Unidade</b>	<b>Custo (\$/MWh)</b>	<b>Turbin. (Hm<sup>3</sup>)</b>	<b>Geração (GWh)</b>
Estreito	0.0	2612	407.5
T1	8.0	-	100
M. Moraes	10.0	2212	192.5
T2	12.0	-	0
Demanda	-	-	700

A unidade marginal é M. Moraes, e o preço “spot” é \$10/MWh.

#### **4.4.1 Balanço no MAA**

Observa-se na Tabela 4.3 que M. Moraes turbinou 2212 Hm<sup>3</sup>. Como o volume afluente no mês foi de 2000 Hm<sup>3</sup>, conclui-se que houve um esvaziamento de 212 Hm<sup>3</sup> no reservatório. Como consequência, Estreito turbinou 2612 Hm<sup>3</sup>, ao invés dos 2400 Hm<sup>3</sup> correspondentes à vazão natural afluente (soma das vazões laterais em M. Moraes e Estreito). Neste exemplo, o reservatório está beneficiando a produção energética de Estreito, e deve portanto ser compensado por esta regularização.

Estreito deveria compensar M. Moraes pelo ganho de faturamento correspondente ao turbinamento de 212 Hm<sup>3</sup>. No balanço de pagamentos do MAA, esta perda é calculada multiplicando a energia que seria gerada pelo preço “spot” do sistema. A Tabela 4.4 apresenta os resultados. Naturalmente, as térmicas e a demanda não são afetadas.

**Tabela 4.4 - Balanços no MAA para as Usinas Hidro**

<b>Usina</b>	<b>Compensação pelo uso da água (k\$)</b>
M. Moraes	212*154*10 = 326.5
Estreito	- 326.5
Total	0.0

#### 4.4.2 Balanço Conjunto MAA+MAE

A Tabela 4.5 apresenta o balanço de pagamentos integrado do sistema, composto do MAA e MAE.

**Tabela 4.5 - Balanços conjunto MAA + MAE**

<b>Agente</b>	<b>geração e carga (GWh)</b>	<b>Remuner. e pagto spot (k\$)</b>	<b>compensação pelo uso da água (\$)</b>	<b>remuneração MAE+MAA (\$)</b>
M. Moraes	192.5	1925	+ 326.5	2251.5
Estreito	407.5	4075	- 326.5	3748.5
T <sub>1</sub>	100	1000		1000
T <sub>2</sub>	0	0.0		0.0
Demanda	-700	-7000		-7000
Total	0	0.0		0.0

#### 4.5 O Mecanismo de Realocação de Energia - MRE

Como mencionado na Seção 4.1, o problema da remuneração pela regularização dos reservatórios é bastante pertinente no sistema brasileiro, onde várias empresas possuem usinas na mesma cascata.

Nos estudos do marco regulatório brasileiro, se adotou a alternativa de estabelecer *contratos compulsórios implícitos* entre os reservatórios a montante e as usinas a jusante. Neste esquema, conhecido como *Mecanismo de Realocação de Energia - MRE* - uma fração  $\phi$  da geração horária de cada usina hidrelétrica é *realocada* aos reservatórios a montante, que a utilizam no mercado atacadista.

Nesta alternativa, cada usina hidro tem “cotas” de uma empresa fictícia que é “proprietária” de todas as usinas da cascata. Neste caso, cada usina recebe um *crédito de geração* dado por:

$$CG_i = \phi_i \times GH \quad \text{para } i = 1, \dots, I \quad (4.13)$$

onde:

$CG_i$  crédito de geração da usina  $i$  (em MWh)

$\phi_i$  fator de participação da usina  $i$  na geração total (dado pela razão entre o número de cotas da usina e o total de cotas do sistema)

GH geração hidroelétrica total (em MWh) (soma das gerações individuais)

Por exemplo, suponha que as usinas  $H_1$  e  $H_2$  têm respectivamente 10% e 90% das cotas da geração hidro total. Suponha também que as gerações *físicas* de  $H_1$  e  $H_2$  numa determinada hora são respectivamente 4 MWh e 6 MWh. Neste caso:

**Tabela 4.6 – Exemplo do MRE**

Agente	Geração Física (MWh)	Crédito (% Total)	Crédito de Geração (MWh)
$H_1$	4	$0.1 \times 10$	1
$H_2$	6	$0.9 \times 10$	9
Total	10		10

Sob o ponto de vista do MAE, os valores reconhecidos para fazer a liquidação financeira são 1 MWh e 9 MWh, não a geração física original.

Esta alternativa é conhecida como *Mecanismo de Realocação de Energia* (MRE) pois equivale a uma transferência da geração entre usinas.

Os contratos compulsórios podem ser interpretados como “cotas” que cada hidrelétrica possui de uma “empresa” proprietária de todas as usinas da cascata. Neste caso, o que

importa é a geração *total* das usinas da cascata: o crédito individual de cada usina é calculado em proporção a suas cotas, e não de sua geração individual.

#### 4.6 Cálculo do fator de participação no MRE

Suponha que a operação do sistema foi simulada para toda a seqüência histórica de vazões (cerca de 65 anos, no caso brasileiro). Seja  $R_i$  o valor esperado da remuneração *spot* da usina hidro  $i$  no MAE, incluindo a compensação pelo uso da água.

$$R_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (g_i(i) \times \pi_{dt} + \Delta C_t(i)) \quad (4.14)$$

onde:

$R_i$  remuneração média da usina no *spot* corrigido (\$/unidade de tempo)

$g_i(i)$  geração da hidro  $i$  no estágio  $t$

$\pi_{dt}$  preço *spot* do sistema no estágio  $t$

$\Delta C_t(i)$  compensação pelo uso na água no estágio  $t$  (ver (4.10))

Das discussões anteriores, sabemos que a remuneração  $R_i$  corresponde ao sinal econômico correto para a usina. Portanto, ele deveria ser igual à remuneração média da mesma usina no esquema MRE, que é dada por:

$$R_i = \phi_i \times R_H \quad (4.15)$$

onde:

$\phi_i$  fator de participação da usina

$R_H$  remuneração média do sistema hidro no MAE

$$R_H = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T GH_t \times \pi_{dt} \quad (4.16)$$

$GH_t$  geração hidro total no estágio  $t$

Combinando (4.15) e (4.16), conclui-se que o fator de participação  $\phi_i$  corresponde à razão entre as remunerações da usina no *spot* corrigido e do sistema:

$$\phi_i = R_i/R_H \quad (4.17)$$

$$\phi_i = \frac{\sum_{t=1}^T \pi_{dt} g_t(i) + \Delta C_t(i)}{\sum_{t=1}^T \pi_{dt} GH_t} \quad (4.18)$$

#### 4.7 Extensão do MRE para Múltiplas Cascatas

O MRE tem como vantagem adicional fazer um *hedge* das usinas hidro com relação à variabilidade hidrológica. Devido a isto, é razoável aplicar o mecanismo a todas as usinas hidro do sistema, e não apenas as que pertencem a mesma cascata. Em outras palavras, todas as usinas hidro passam a ser participantes de uma “empresa” que agrega toda a produção hidroelétrica. Assim como no caso das cascatas, só importa a geração total, pois o crédito de cada usina é proporcional a sua participação na “empresa”.

#### 4.8 Relação entre Energia Firme e Fator de Participação no MRE

Será mostrado nesta seção que, em sistemas predominantemente hidroelétricos como o brasileiro, o fator de participação de uma usina no MRE (equação (4.17)) pode ser *aproximado* pela razão entre a *energia firme* da usina e a do sistema hidro:

$$\phi_i \approx EF_i/EF_H \quad (4.19)$$

onde:

$EF_i$  energia firme da usina  $i$  (MW médio)

$EF_H$  energia firme do sistema hidro (MW médio)

#### 4.8.1 Cálculo da Energia Firme de uma Usina

A energia firme de um sistema hidro corresponde à máxima demanda que pode ser atendida sem racionamento quando se simula a operação do sistema para todo o histórico. O cálculo desta energia é feito através de um processo iterativo, onde se aumenta progressivamente a demanda do sistema, até atingir o ponto imediatamente anterior a uma situação de racionamento.

A Figura 4.3 mostra as vazões afluentes, a evolução do armazenamento e a defluência firme para um sistema composto de uma única usina hidroelétrica.

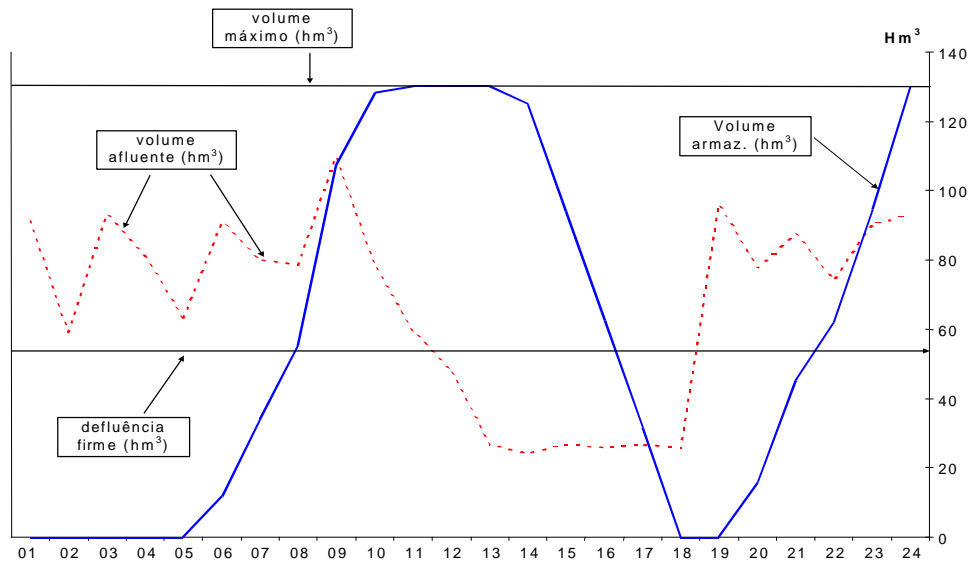
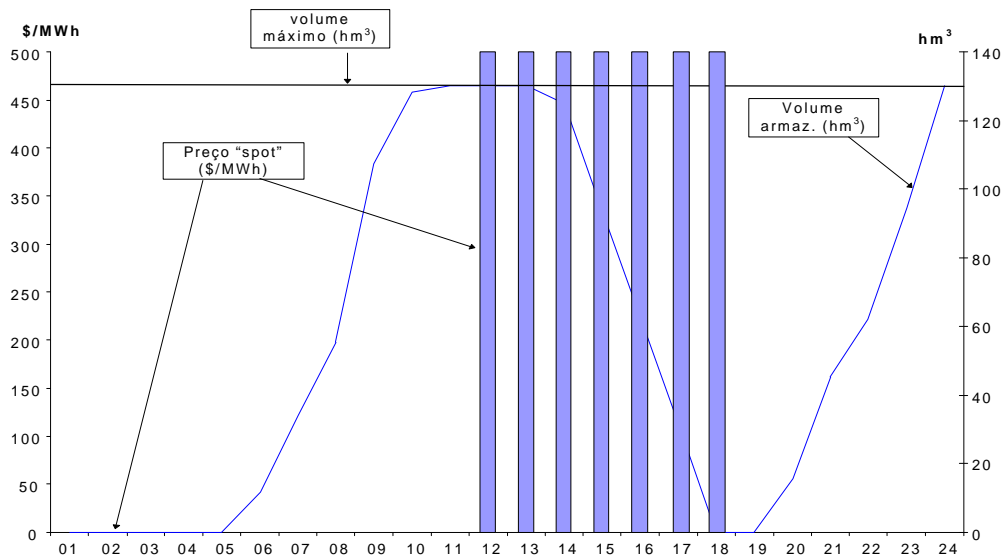


Figura 4.3 - Energia firme de uma hidrelétrica

Observa-se da Figura 4.3 que as vazões afluentes são inferiores à defluência firme entre os estágios 12 e 18. Para atender à demanda neste intervalo, conhecido como período crítico, é necessário utilizar a água armazenada no reservatório nos estágios anteriores.

A Figura 4.4 mostra os preços *spot*  $\{\pi_{dt}, t = 1, \dots, 24\}$  para o mesmo sistema. Observe que  $\pi_{dt}$  é nulo nos intervalos [1-11] e [19-24], e igual a \$500/MWh (custo de racionamento) no intervalo [12-18].





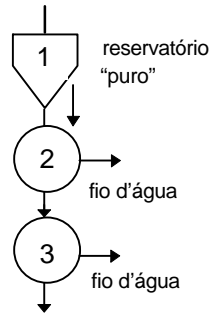
**Figura 4.4 - Evolução dos Preços "Spot"**

A razão para os preços *spot* nulos nos dois primeiros intervalos é que um incremento de 1 MWh na demanda em qualquer estágio  $t$  dos mesmos resultaria em diminuição de vertimento (o reservatório verde no estágio 11 e a partir do 24). Por outro lado, o incremento de 1 MWh na demanda em qualquer estágio  $t$  pertencente ao intervalo [12-18] resultaria num racionamento da mesma quantidade no estágio 18, pois a soma das afluências e armazenamento do reservatório neste ponto cobrem exatamente a demanda firme.

Conclui-se portanto que a remuneração *spot* da usina hidro (\$) é igual à sua geração total no período crítico (MWh) multiplicada pelo custo de déficit (\$/MWh).

#### 4.8.2 Cálculo da Energia Firme de um Conjunto de Usinas

Suponha agora que haja três usinas em cascata no sistema, onde a primeira é um reservatório "puro" e as demais são fios d'água, como ilustrado na Figura 4.5.



**Figura 4.5 - Conjunto reservatório “puro” e usinas a fio d’água**

O procedimento de cálculo da energia firme do *sistema* de três usinas é idêntico ao de uma usina (ajuste iterativo da demanda sem chegar ao racionamento). O padrão dos preços *spot* também é o mesmo: zero fora do período crítico, e igual ao custo de racionamento no período crítico.

### 4.8.3 Repartição da Energia Firme do Sistema Entre as Usinas

A dificuldade do problema está em repartir a energia firme do sistema entre as diversas usinas. No sistema brasileiro, há dois procedimentos de repartição:

- a) *energia firme local* - corresponde à geração total de cada usina no período crítico, dividida pela duração do mesmo:

$$\begin{aligned}
 FL_1 &= \frac{1}{\Delta} \sum_{t=t_1}^{t_\Delta} \rho_1 \times u_t(1) \\
 FL_2 &= \frac{1}{\Delta} \sum_{t=t_1}^{t_\Delta} (\rho_2 \times u_t(2)) \\
 FL_3 &= \frac{1}{\Delta} \sum_{t=t_1}^{t_\Delta} (\rho_3 \times u_t(3))
 \end{aligned} \tag{4.20}$$

onde:

$FL_i$  energia firme local da usina  $i$  (MW médio)

- $\Delta$  duração do período crítico ( $h$ )  
 $t_1$  e  $t_\Delta$  estágios inicial e final do período crítico ( $h$ )  
 $\rho_i$  coeficiente de produção da usina  $i$  (MWh/hm<sup>3</sup>)  
 $u_i(i)$  volume turbinado pela usina  $i$  no estágio  $t$  (hm<sup>3</sup>)

b) *energia firme de última adição* - corresponde à geração de cada usina com a vazão natural afluyente no período crítico, acrescida da energia gerada pelo deplecionamento do reservatório na cascata

$$\begin{aligned} FU_1 &= \frac{1}{\Delta} \sum_{t=t_1}^{t_\Delta} [\rho_1 \times q_t(1) + \Delta v_t(1) \times (\rho_1 + \rho_2 + \rho_3)] \\ FU_2 &= \frac{1}{\Delta} \sum_{t=t_1}^{t_\Delta} [\rho_2 \times q_t(2) + \Delta v_t(2) \times (\rho_2 + \rho_3)] \\ FU_3 &= \frac{1}{\Delta} \sum_{t=t_1}^{t_\Delta} [\rho_3 \times q_t(3) + \Delta v_t(3) \times \rho_3] \end{aligned} \quad (4.21)$$

onde:

- $FU_i$  energia firme de última adição da usina  $i$  (MW médio)  
 $q_t(i)$  volume natural afluyente à usina  $i$  no estágio  $t$  (hm<sup>3</sup>)  
 $\Delta v_t(i)$  variação do armazenamento do reservatório  $i$  no estágio  $t$  (hm<sup>3</sup>)

Prova-se que  $\sum_{i=1}^I FU_i = EF_H$

#### 4.8.4 Relação entre Energia Firme e Remuneração “Spot”

Observa-se imediatamente a semelhança entre a expressão do firme local (4.20) e a da remuneração *spot* baseada diretamente na geração. Em ambas as expressões, o reservatório “puro” não receberia crédito por sua regularização.

Por sua vez, a energia firme de última adição (4.21) está diretamente relacionada com a remuneração *spot* corrigida para compensar o benefício da regularização. Neste caso, o reservatório “puro” é creditado por sua contribuição.

Dado que o fator de participação  $\phi_i$  no MRE está associado à remuneração *spot corrigida* (ver equação (4.14)), conclui-se que o mesmo corresponde à energia firme de última adição da usina.

#### 4.9 Certificados de Energia Garantida

Foi visto acima que a participação de uma usina no MRE, cuja base conceitual é puramente *econômica* (\$), também pode ser calculada em termos *físicos* como sendo proporcional à contribuição de cada usina (em MW médio) à capacidade de suprimento firme do sistema. Devido a esta coincidência entre contribuição econômica e física, foi feita a proposta de calcular o fator de participação de cada usina no MRE com base no chamado *certificado de energia garantida*:

$$\phi_i \approx EG_i/EG_H \quad (4.22)$$

onde:

$EG_i$  energia garantida da usina  $i$  (MW médio)

$EG_H$  energia garantida do sistema hidro (MW médio)

O conceito de energia garantida é semelhante ao de firme - corresponde à máxima demanda que se pode atender com um *risco* de racionamento inferior a  $x\%$ , onde  $(100 - x)$  é o nível de confiabilidade desejado para o sistema (no caso brasileiro, este nível é de 95%).

A *energia garantida* é um conceito probabilístico, e portanto requer a simulação do sistema para um conjunto de cenários de afluências plausíveis. Estas afluências são

calculadas por um modelo gerador de vazões sintéticas que preserve algumas características básicas das vazões observadas (média, desvio padrão, etc.). O conceito de *energia garantida* foi criado para resolver o problema de se haver algumas distorções pelo uso da energia firme como base para as assinaturas de contratos entre empresas. Durante o período crítico brasileiro (1952-1956), algumas usinas no sul do Brasil curiosamente estavam passando por condições hidrológicas bastante favoráveis (reservatórios cheios e vazões acima da média) e portanto geravam bastante energia. Seus créditos de energia, se calculados com base na energia firme, seriam desproporcionalmente altos, já que os resultados obtidos seriam consequência de uma seqüência particular observada (a histórica). Se esta seqüência fosse diferente os valores também o seriam.

#### **4.10 Conclusões**

- A eficiência econômica dos sinais “spot” pode ser restaurada através da criação de um Mercado Atacadista de Água (MAA), com funções e atributos análogos ao MAE. No MAA, um reservatório que enche paga aos geradores de jusante uma compensação pela perda de oportunidade de gerar com a vazão natural; de maneira análoga, o reservatório ao esvaziar recebe uma compensação pelo aumento da produção a jusante.
- Como deveria, a soma dos pagamentos e remunerações do MAA em cada instante é igual a zero, portanto o papel do MAA é apenas transferir recursos entre os agentes da mesma cascata .
- O Mecanismo de Realocação de Energia (MRE) foi inicialmente concebido para os mesmos objetivos do MAA, isto é, remunerar a contribuição da regularização dos reservatórios. Mostra-se que as “ações” dos geradores hidrelétricos no MRE (os chamados certificados de energia garantida) correspondem aproximadamente ao valor esperado das suas remunerações no MAA. Em outras palavras, o objetivo primordial do MRE é restaurar a eficiência dos sinais econômicos numa cascata.

- Como o MRE equivale à remuneração esperada no MAA, ele tem como efeito adicional diminuir a volatilidade das compras e vendas de energia entre as usinas hidrelétricas, isto é, funciona como um “hedging” contra desembolsos elevados.
- O MRE desvincula a produção física da usina do seu crédito de geração. Isto permite que o ONS despache os recursos hidroelétricos do sistema de maneira ótima global (por exemplo, mantendo um grande reservatório cheio por vários meses, com geração reduzida, para aumentar a segurança futura do sistema) sem afetar o fluxo de caixa do proprietário.
- Uma possível desvantagem do MRE é a aparente falta de incentivo que o proprietário teria para operar e manter em boas condições sua usina. Prevê-se no marco regulatório a aplicação de multas por não manter um nível adequado de disponibilidade dos equipamentos, que seriam inspecionados periodicamente.

## 5 COMPORTAMENTO ESTRATÉGICO EM SISTEMAS TÉRMICOS COM DESPACHOS DESCENTRALIZADOS

### 5.1 Introdução

Na prática, raramente a competição pela venda de energia entre as empresas geradoras se dá de forma perfeita. Esta hipótese, assumida nas análises e conclusões do capítulo 2, é tão somente uma idealização do mundo real. Neste capítulo analisaremos algumas conseqüências que o desvio desta hipótese pode trazer, principalmente no que diz respeito a domínio de mercado, e manipulação de preços pelas empresas geradoras.

Economistas liberais vêm pregando há décadas as virtudes do mercado perfeito onde a livre competição induz os prestadores dos serviços, seja eles quais forem, a ofertarem preços baixos e com qualidade.

Diversos ramos de atividades econômicas de fato funcionam segundo as leis de mercado perfeito. O preço dos sanduíches vendidos em inúmeros *trailers* no campus do Centro de Tecnologia (CT) da UFRJ, por exemplo, segue a regra do mercado perfeito: nenhum proprietário de *trailer* se atreve a aumentar os preços de seus sanduíches pois o mercado (alunos, professores e funcionários) reagiria passando a comprar seus sanduíches em outros *trailers*.

Alguns requisitos são necessários para que este modelo funcione. O principal é que o mercado tenha a possibilidade de escolher de quem comprar. Ou seja, é necessário que haja vários *trailers* à disposição do mercado. Provavelmente o primeiro *trailer* a se instalar no CT obtinha lucros maiores que os de hoje em dia, função da competição. Isto porque ele detinha o monopólio na área da alimentação: bem ou mal as pessoas tinham que comer. Em teoria, o dono deste primeiro *trailer* podia cobrar pelos seus sanduíches até o ponto em que os freqüentadores do CT decidissem que valia mais a pena trazer

comida de casa, o que geralmente é um estorvo, ou mesmo passar fome e só comer mais tarde.

Um grande número de fornecedores de um produto ou de um serviço é condição necessária mas não suficiente para a existência de concorrência. Recentemente ao levar umas fotos para revelar, o autor se deparou com um aumento de preço injustificado, muito acima da inflação. Depois de questionar o aumento, ouviu que aquele preço era o mínimo que a loja poderia oferecer em virtude da concorrência. Aparentemente esta contradição (pois a concorrência deveria fazer com que os preços baixassem e não subissem) tem uma simples explicação: o preço pela revelação dos filmes está condicionado a um acordo entre os prestadores deste serviço, e isto foi comprovado quando ao verificar os preços em outros locais, todos eram absolutamente iguais ao da primeira loja visitada. Resumindo a história, o preço cobrado não segue as regras de livre mercado, mas sim, um preço mínimo estipulado entre as lojas especializadas em revelação, que lhes garante um lucro fantástico às custas de quem deseja ver suas fotos reveladas. O mercado neste caso está fortemente *cartelizado*.

Com a privatização dos geradores elétricos, dois modelos podem ser adotados para a geração de energia elétrica:

- (i) os preços (\$/MWh) cobrados pelos geradores são determinados pelo ente regulador, ou por algum órgão, conselho, etc. associado ou indicado pelo entidade reguladora.
- (ii) os geradores são livres para fazerem suas ofertas pela venda de energia

A dificuldade em se adotar o modelo (i) é facilmente percebida: o controle do preço de geração pressupõe, é claro, que se conheça qual é o verdadeiro custo de geração das usinas.



Avaliar qual o custo de geração de uma térmica de forma *direta*, isto é, através de uma auditoria nos contratos da empresa proprietária do gerador, está longe de ser uma tarefa simples. O custo de geração é o resultado de um conjunto muito grande de fatores. Em uma situação deste tipo, devem ser auditados os contratos de compra de combustível, que podem ser de vários tipos e prazos, com fornecedores e quantidades variáveis. Uma série de outros fatores devem ser analisados, tais como: (i) gastos com o transporte de combustível, (ii) custos de partida das térmicas, (iii) gastos com quadro de funcionários, (iv) contratos de venda de energia, (v) estratégia de compra de combustível da empresa, que eventualmente poderá ter estocado muito combustível apostando na vinda de uma grande seca, e esta não acontece, etc.

A estimativa de custo de geração de uma térmica, se feita desta forma (direta) é uma tarefa além de extremamente difícil, pouco confiável. Para fugir das dificuldades inerentes ao modelo (i), alguns países tais como a Inglaterra e a Colômbia, vêm adotando o modelo (ii) em seus recentes processos de privatização no setor de geração de energia.

A suposição básica, tanto na Inglaterra como na Colômbia, é a da existência de competição entre os geradores e que esta competição pela geração da energia, que naturalmente *induz* estes geradores a ofertarem *igual a seus custos de geração*. Neste caso, os geradores, motivados pela competição (mercado perfeito), *indiretamente* fornecem seus reais custos de geração. Assim, o modelo (ii) converge para o modelo (i), sendo que as estimativas de custos de geração dos geradores são um resultado provavelmente mais próximo do “real”.

A intenção inicial destes dois países é, em primeira instância, perfeitamente justificável. No entanto, por razões que serão vistas no decorrer desta tese, estes países encontram hoje, sérias dificuldades com o controle dos preços de geração. No Reino Unido, depois de feita

a privatização, o Prof. Littlechild – regulador do sistema – foi forçado a impor um limite superior no preço spot médio (Powergen and National Power)<sup>6</sup>.

O enfoque deste capítulo será portanto a análise do modelo (ii). Serão estudados que impactos a livre oferta de preço pela energia gerada tem sobre o mercado, em relação ao sistema pré-privatização, que segue o modelo (i).

Em um sistema composto por inúmeros geradores agregados em muitas empresas distintas, é de se supor que as leis de livre mercado se aplicam e o preço cobrado pela energia por um gerador qualquer coincide com o custo que este gerador tem para gerá-la. No entanto, à medida que os geradores vão sendo incorporados por empresas, ou grupos empresariais, ou seja, à medida que ocorra uma *concentração* na geração, começam a surgir dúvidas sobre se o mercado funcionará como um mercado perfeito.

Um caso extremo seria imaginar um sistema composto por exemplo por 100 geradores de porte similar, cada um pertencente a uma empresa diferente. É intuitivo supor que dificilmente haverá espaço para alguma estratégia por parte das 100 empresas de cobrar pela energia diferentemente de seu custo de geração. Neste caso, seguindo a nossa analogia, existem muitos trailers onde se pode comprar sanduíches (energia).

No outro extremo, todos os 100 geradores pertencem a uma *única* empresa. Neste caso temos um monopólio, e a menos que existam mecanismos de proteção e controle de preços, a empresa detentora do monopólio da geração poderá cobrar o preços que quiser, principalmente em função da baixa elasticidade da demanda de energia.

---

<sup>6</sup> Em função da alta variabilidade do preço spot no Reino Unido, a agência reguladora - OFFER - acusou as empresas geradoras National Power e PowerGen de exercerem manipulação de mercado com o propósito de aumentar o preço spot do sistema, e ameaçou denunciar estas empresas para a “Monopolies and Merger Commission”, que seria a comissão responsável em estudar e dar uma parecer do caso. A questão foi resolvida com a instituição de limites para o preço do PPP (Pool Power Price, índice que reflete o custo marginal de curto prazo do sistema inglês), para os anos fiscais de 1994/95 e 95/96 como parte de um acordo “voluntário” entre as duas empresas e a OFFER fechado em 11 de Fevereiro de 1994 [7]

O propósito deste capítulo é estudar justamente este caso intermediário: se de um extremo existe a livre concorrência e do outro o monopólio, a partir de que número  $n$  de empresas, ou seja, a partir de que  $n$ -pólio, começa a haver manipulação de preços a níveis diferentes dos custos de operação. Ou seja, a partir de que  $n$ -pólio as empresas começam a manipular o mercado no que diz respeito a geração. Nesta tese, o termo *comportamento estratégico* é utilizado para descrever a capacidade de um produtor de energia de alterar o comportamento de suas ofertas em relação as ofertas que normalmente faria em um ambiente competitivo, de forma a aumentar seus lucros. Este comportamento pode resultar em um aumento do preço da energia, redução da eficiência do setor elétrico, ou aumento do lucro capturado pelos produtores.

## 5.2 Revisão Bibliográfica

Muitos trabalhos têm sido escritos nos últimos anos sobre os riscos de manipulação de mercado no setor de geração de energia elétrica. A preocupação com a manipulação de mercado, e o número de estudos feitos na área aumentou consideravelmente com o *boom* dos processos de privatização/reestruturação discutidos na Introdução. Os principais mercados analisados e sobre os quais se encontra maior literatura no assunto são os da Califórnia e o mercado inglês.

Green & Newbery [6] demonstram preocupação com o risco de ocorrência de manipulação de mercado em mercados já reestruturados. Eles simularam o equilíbrio da função oferta no mercado de eletricidade da Inglaterra. Concluíram que com apenas dois competidores (Powergen e National Power), não há possibilidade de o mercado da Inglaterra ser competitivo. Concluíram também que existe competição quase perfeita ao se dividir a capacidade de geração total da Inglaterra em 5 empresas de mesma capacidade.

Weiss [7] procura mostrar que pulverizar a capacidade de geração em um número maior de empresas pode não resolver os problema de manipulação de mercado. O autor comenta que mercados em que tanto os fornecedores (produtores de energia) como os

consumidores (demanda) são capazes de fazer ofertas pela energia elétrica<sup>7</sup> (mercados *bilaterais*) os riscos de manipulação de mercado são muito menores que em mercados unilaterais, ou seja, em que só os produtores façam ofertas.

Wolfram [8] analisou dados de preço *spot* do sistema inglês e concluiu que os preços do mercado são menores do que se esperaria da análise de Green & Newbery. Ela atribui este comportamento, entre outras coisas, à ameaça da entrada de novos geradores, que aumentariam a competição no setor da geração e forçariam a redução dos preços de energia e também a existência de contratos de longo prazo, que existiam pelo menos em parte do período de observações.

Wolak e Patrick [9] usaram dados do mercado *spot* inglês e galês de eletricidade e analisaram que a manipulação de mercado pode ser feita de outras maneiras que não pela oferta de preços altos. Os autores observaram indícios de que as empresas geradoras manipulam as suas capacidades (que são declaradas) de forma a maximizar sua remuneração *spot* e os pagamentos por capacidade<sup>8</sup>. O trabalho de Wolak e Patrick portanto apresenta uma forma de manipulação de mercado diferente da tradicional manipulação dos preços ofertados pelas empresas geradoras, analisada por Green e Newbery ou Wolfram.

---

<sup>7</sup> Uma oferta é caracterizada pelo par {quantidade de energia demandada / gerada (MWh) ; preço a ser pago / vendido por esta energia (\$/MWh)}

<sup>8</sup> Os pagamentos por capacidade pagos aos geradores no mercado inglês, são calculados através de:

$CC = (c_{\delta} - w) \times LOLP \times (1 - \lambda) \times g$ , onde:

CC      “capacity charge” (\$)  
 $c_{\delta}$      custo de interrupção (\$/MWh)  
 $w$       max {preço spot, oferta do gerador} (\$/MWh)  
 $g$       quantidade de energia declarada disponível (MWh)  
LOLP    probabilidade de interrupção do sistema (p.u)  
 $\lambda$      probabilidade de falha do gerador (p.u)

A estratégia consiste em declarar algumas térmicas indisponíveis, o que em princípio não faz sentido pois impede a remuneração por capacidade e eventualmente *spot* destas térmicas. Entretanto isto implica numa diminuição da confiabilidade do sistema, portanto num aumento da LOLP. Com isto, a remuneração por capacidade dos demais geradores que se declararam disponíveis aumenta. A estratégia será utilizada sempre que o ganho extra para a empresa proprietária dos geradores for maior que as citadas perdas.

Bakerman [10] et al. argumenta que permitir ofertas pelo lado da demanda torna os mercados bastante competitivos, o que não necessariamente ocorre quando se aumenta o número vendedores.

Borenstein et al [14] abordam o tema da diminuição da capacidade de competição entre os geradores em função de restrições de congestão nas linhas transmissão.

Análises sobre as potencialidades de ocorrência de manipulação de mercado da Califórnia encontram-se em [18,20]

Em [19], os economistas da London Economics propõe duas medidas mitigatórias para combater possíveis manipulações de preços no mercado reestruturado da Califórnia: contratos bilaterais e um “teto” para as ofertas máximas (*bid cap*).

### **5.3 Esquemas competitivos de oferta – sistemas térmicos**

Como mencionado na Introdução, muitos países têm adotado um despacho descentralizado baseado em ofertas de preços por parte dos geradores. Nesta seção, formularemos o problema do despacho baseado nas ofertas, inicialmente para um sistema térmico. No Capítulo 7 a análise será estendida para um sistema hidrotérmico.

### 5.3.1 Sistemas térmicos – despacho baseado em ofertas

Todos os dias, os geradores fazem um conjunto de ofertas (preço da geração e da capacidade disponível). Com base nestas ofertas e numa previsão da demanda horária, se realiza o seguinte despacho de mínimo custo:

$$z = \text{Min} \sum_{h=1}^H \sum_{j=1}^J \lambda_{hj} \times g_{hj} \quad \text{variável dual}$$

sujeito a (5.1)

$$\sum_{j=1}^J g_{hj} = d_h \quad \pi_{dh} \quad (5.1a)$$

$$g_{hj} \leq \bar{g}_{hj} \quad (5.1b)$$

para  $h = 1, \dots, H$ ; para  $j = 1, \dots, J$

onde:

$h$  indexa as horas ( $H$  é o número de horas)

$z$  custo operativo total do sistema

$\lambda_{hj}$  preço da energia da usina  $j$  na hora ( $\$/MWh$ ); se observa que o preço horário de um gerador pode ser distinto de seu custo operativo real, representado por  $c_j$ .

$g_{hj}$  energia produzida pelo gerador  $j$  na hora  $h$  (MWh)

$\bar{g}_{hj}$  geração máxima de  $j$  na hora  $h$  (MWh)

Se observa que o despacho com base em ofertas de preço pela energia produzida é semelhante à operação de um sistema puramente térmico. Portanto, o modelo centralizado de planejamento especificado nas seções anteriores pode resolver este problema como se fosse um subproblema do despacho hidrotérmico.

Um aspecto crucial num esquema de despacho por ofertas é a presença de um Agente Regulador do Sistema, que deve evitar preços *spot* abusivos, em função do poder de mercado exercido por um ou mais agentes (em outras palavras, evitar que os preços ofertados sejam muito maiores que os custos reais de operação).

A seguir, formularemos o problema de otimização da oferta para um agente individual cujo objetivo é a maximização do lucro.

### 5.3.2 Remuneração Spot Líquida

Como discutido anteriormente, cada usina recebe uma remuneração dada pelo produto do preço *spot* do sistema por sua produção energética. A remuneração líquida de cada usina, representada por  $R_j$ , corresponde à diferença entre esta remuneração *spot* bruta e o custo operativo da usina:

$$R_j = \sum_{h=1}^H (\pi_{dh} - c_j) \times g_{hj} \quad \text{para } j = 1, \dots, J \quad (5.2)$$

A remuneração líquida de uma *empresa geradora*, que pode ser uma concessionária ou um produtora independente de energia (PIE), corresponde à soma das remuneração líquidas de todas as usinas controladas pela empresa:

$$R_k = \sum_{j \in E_k} R_j \quad \text{para } k = 1, \dots, K \quad (5.3)$$

onde:

$k$  indexa as empresas;  $K$  é o número de empresas

$R_k$  remuneração líquida da empresa  $k$

$j \in E_k$  conjunto de usinas da empresa  $k$

### 5.3.3 Estratégias de Oferta

O objetivo de cada empresa  $k$  é determinar um conjunto de preços horários  $\lambda_{hk} = \{\lambda_{hj}, j \in E_k\}$  que *maximize* sua remuneração *spot* líquida<sup>9</sup>:

$$R_k(\lambda_k) = \text{Max} \sum_{h=1}^H \sum_{j \in E_k} [\pi_{dh}(\lambda_{hk}) - c_j] \times g_{hj}(\lambda_{hk}) \quad (5.4)$$

onde  $\pi_{dh}(\lambda_{hk})$  e  $g_{hj}(\lambda_{hk})$  representam o preço *spot* do sistema e a geração das usinas resultante do despacho (5.1) na hora  $h$ , quando o vetor de preços é  $\lambda_{hk}$ .

### 5.3.4 Formulação do problema

Nesta seção, formularemos o problema (5.4) como um problema de otimização.

Inicialmente se observa que a função objetivo (5.4) envolve ambas as variáveis primais e duais associadas à solução do problema de despacho ótimo (5.1) (respectivamente,  $\pi_{dh}$  and  $g_{hj}$ ). Entretanto, somente as variáveis primais são representadas de forma explícita em (5.1); as variáveis duais são calculadas de forma implícita a partir da base da solução ótima do problema de programação linear. Para os dois tipos de variáveis, rescreve-se (5.1) com base nas condições de complementaridade da programação linear. Seja um problema qualquer de PL:

$$\begin{aligned} z = & \quad \text{Min} \quad cx \\ \text{s.a} & \quad Ax \geq b \end{aligned} \quad (5.5a)$$

O problema dual é:

$$\begin{aligned} w = & \quad \text{Max} \quad \pi b \\ \text{s.a} & \quad \pi A \leq c \end{aligned} \quad (5.5b)$$

---

<sup>9</sup> Nesta formulação não estamos considerando os pagamentos efetuados pela disponibilidade dos geradores.



Da teoria da PL, sabemos que as variáveis  $\pi$  do problema dual (5.5b) são os multiplicadores simplex associados à solução ótima do problema primal (5.5a). O valor das soluções ótimas  $z$  e  $w$  também é igual. Portanto, os valores ótimos de  $x$  e  $\pi$  podem ser representados *simultaneamente* como vetores solução viáveis do seguinte conjunto de restrições:

a) *restrições primais:*

$$Ax \geq b \quad (5.5c)$$

b) *restrições duais:*

$$\pi A \leq c \quad (5.5d)$$

c) *igualdade primal-dual:*

$$cx = \pi b \quad (5.5e)$$

O problema (5.4) pode então ser reescrito por:

$$R_{hk} = \text{Max} \quad \sum_{j \in E_k} (\pi_{dh} - c_j) \times g_{hj}$$

sujeito a: (5.6)

$$\sum_{j=1}^J g_{hj} = d_h \quad (5.6a)$$

$$g_{hj} \leq \bar{g}_{hj} \quad \text{para } j = 1, \dots, J \quad (5.6b)$$

$$\pi_{dh} + \pi_{ghj} - \lambda_{hj} \leq 0 \quad \text{para } j \in E_k \quad (5.6c)$$

$$\pi_{dh} + \pi_{ghj} \leq \lambda_{hj}^* \quad \text{para } j \notin E_k \quad (5.6d)$$

$$\sum_{j \in E_k} \lambda_{hj} \times g_{hj} + \sum_{j \notin E_k} \lambda_{hj}^* \times g_{hj} - \pi_{dh} \times d_h - \sum_{j=1}^J \pi_{ghj} \times \bar{g}_{hj} = 0 \quad (5.6e)$$

onde (5.6a)-(b) representam as restrições primais, (c)-(d) são as restrições duais e (e) é a restrição da igualdade primal-dual.

É importante ressaltar que o vetor de ofertas  $\{\lambda_{hj}\}$  para as usinas pertencentes à empresa  $E_k$  são variáveis de decisão, e portanto estão colocadas no lado esquerdo de (5.6c).

Supõem-se conhecidas as ofertas das demais usinas  $\{\lambda_{hj}^*\}$ , representadas no lado direito de (5.6d).

### 5.3.5 A abordagem analítica

Note que tanto a função objetivo (5.6) como uma restrição (5.6e) – são não lineares pois contém o produto de duas variáveis de decisão: no caso da função objetivo, as variáveis são o custo marginal do sistema  $\pi_{dh}$  e a geração de cada usina da empresa  $k$ ,  $g_{hj}$ . Por outro lado, a equação (5.6e) envolve o produto de  $\lambda_{hj}$  (oferta do gerador  $j$  na hora  $h$ ) e sua geração  $g_{hj}$ . As demais restrições são todas lineares.

Uma alternativa para resolver o problema (5.6) é utilizar pacotes de programação não linear, como o MINOS. Entretanto, como mostram os resultados experimentais que serão vistos mais adiante, o problema é não convexo. Portanto existe a possibilidade de se obter um ótimo local.

Outra abordagem é utilizar técnicas de programação linear-inteira, aplicando uma transformação logarítmica ao produto das variáveis de decisão, que se transformariam portanto em somas de variáveis e aproximar os logaritmos por funções côncavas lineares por partes inteiras. Esta representação envolve o uso de variáveis inteiras como mostraremos a seguir.

$$\begin{aligned} \text{Seja } w_{hj} &= \pi_{dh} \times g_{hj} \quad j \in E_k \\ v_{hj} &= \lambda_{hj} \times g_{hj} \quad j \in E_k \end{aligned}$$

O problema (5.6) pode então ser reescrito como:

$$R_{hk} = \text{Max} \sum_{j \in E_k} w_{hj} - \sum_{j \in E_k} c_j \times g_{hj} \quad (5.7)$$

sujeito a:

$$\sum_{j=1}^J g_{hj} = d_h \quad (5.7a)$$

$$g_{hj} \leq \bar{g}_{hj} \quad \text{para } j = 1, \dots, J \quad (5.7b)$$

$$\pi_{dh} + \pi_{ghj} - \lambda_{hj} \leq 0 \quad \text{para } j \in E_k \quad (5.7c)$$

$$\pi_{dh} + \pi_{ghj} \leq \lambda_{hj}^* \quad \text{para } j \notin E_k \quad (5.7d)$$

$$\sum_{j \in E_k} v_{hj} + \sum_{j \notin E_k} \lambda_{hj}^* \times g_{hj} - \pi_{dh} \times d_h - \sum_{j=1}^J \pi_{ghj} \times \bar{g}_{hj} = 0 \quad (5.7e)$$

$$\log(w_{hj}) - \log(\pi_{dh}) - \log(g_{hj}) = 0 \quad \text{para } j \in E_k \quad (5.7f)$$

$$\log(w_{hj}) - \log(\lambda_{hj}) - \log(g_{hj}) = 0 \quad \text{para } j \in E_k \quad (5.7g)$$

As equações (5.7f) e (5.7g) contêm a transformação logarítmica para os produtos das variáveis de decisão do problema original 5.6 que apareciam tanto na função objetivo como na restrição que exprimia a igualdade primal dual (5.6e).

Em nossa abordagem, aproximaremos as funções logarítmicas em funções côncavas lineares por parte. Para tanto será necessário a introdução de variáveis inteiras binárias, e o problema original 5.6 que era não linear será reescrito através de um problema de programação mista (linear-inteira).

A Figura 5.1 ilustra a aproximação da função  $\log(w_{hj})$  por segmentos lineares.

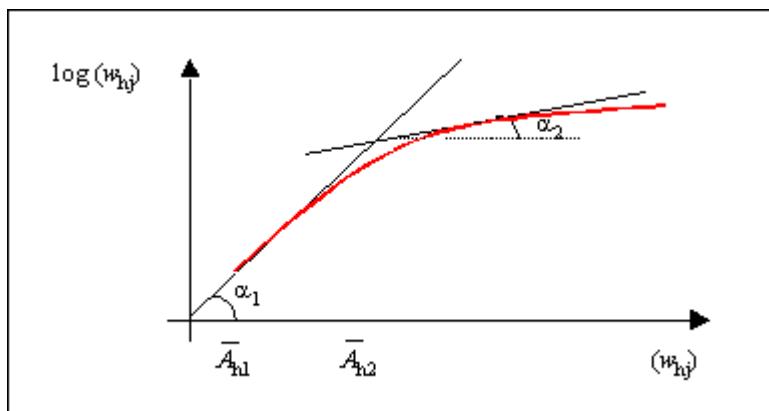


Figura 5.1 – representação da função logarítmica

Utilizando esta representação a restrição (5.7f) será aproximada por:

$$\log(w_{hj}) \approx \alpha_1 A_1 + \alpha_2 A_2 + \dots + \alpha_N A_N \quad (5.8)$$

$$A_n \leq \bar{A}_n y_n \quad (5.9)$$

$$y_n \leq 1 - \bar{A}_n - A_{n-1} \quad (5.10)$$

$$y_n \text{ variável binária} \quad (5.11)$$

para  $2 \leq n \leq N$

onde  $N$  é o número de segmentos utilizados para representar as função logarítmicas

Cada restrição do tipo (5.7f) pode portanto ser escrita da forma:

$$\sum_{n=1}^N \alpha_n A_n - \sum_{n=1}^N \beta_n B_n - \sum_{n=1}^N \chi_n X_n = 0 \quad (5.12)$$

$$A_n \leq \bar{A}_n y_n \quad (5.13)$$

$$B_n \leq \bar{B}_n y'_n \quad (5.14)$$

$$X_n \leq \bar{X}_n y''_n \quad (5.15)$$

$$y_n \leq 1 - \bar{A}_{n-1} - A_{n-1} \quad (5.16)$$

$$y'_n \leq 1 - \bar{B}_{n-1} - B_{n-1} \quad (5.17)$$

$$y''_n \leq 1 - \bar{X}_{n-1} - X_{n-1} \quad (5.18)$$

$y_n, y'_n, y''_n$  variáveis binárias  
para  $2 \leq n \leq N$

O conjunto de restrições (5.13)-(615) define o tamanho de cada segmento, enquanto o conjunto de restrições (5.16)-(5.18) para a variável binária  $y_n$  indica que o  $n$ -ésimo segmento só poderá estar ativo (valor 1) caso o  $(n-1)$  éximo esteja. Neste caso,

$A_{n-1} = \bar{A}_{n-1}$ , ou seja, caso o segmento anterior  $(n-1)$  também esteja ativo.

Os coeficientes  $\alpha_n$ ,  $\beta_n$  e  $\chi_n$  são as derivadas das funções logarítmica (ver 5.7f) calculadas no início de cada um dos  $N$  intervalos das variáveis  $w_{hj}$ ,  $\pi_{dh}$  e  $g_{hj}$  respectivamente

$$\alpha_n = 1/\log(w_{hj}) \quad (5.19)$$

$$\beta_n = 1/\log(\pi_{dh}) \quad (5.20)$$

$$\chi_n = 1/\log(g_{hj}) \quad (5.21)$$

Concluimos que cada restrição (5.7f) (para cada térmica pertencente a empresa  $E_k$ ) requer o uso de  $3N$  variáveis inteiras.

O conjunto de restrições (5.7g) é modelado de maneira análoga.

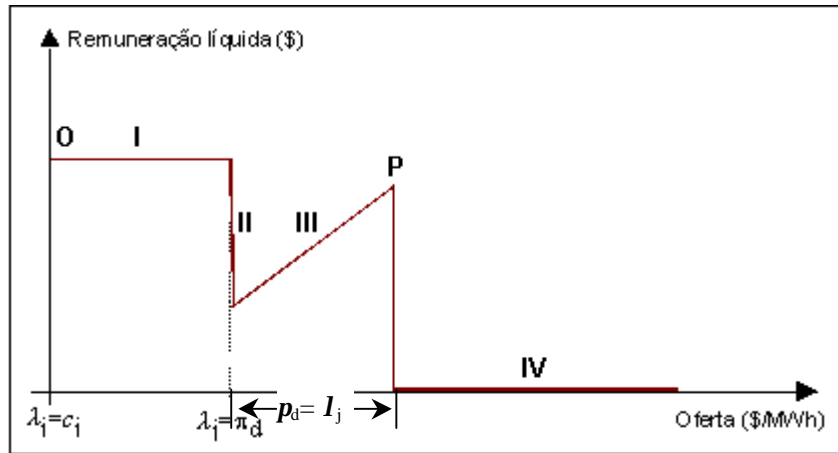
O problema (5.7) agora pode ser resolvido por técnicas de programação mixta linear-inteira. Sua solução entretanto, não será abordada nesta tese. Na próxima seção buscaremos o conjunto de ofertas ótimo para a empresa  $E_k$ , através de um método heurístico.

### 5.3.6 Um método heurístico – caso determinístico

Sendo  $c_j$ ,  $I_j$  e  $\pi_h$  respectivamente o custo de operação do gerador, sua oferta e o preço *spot* horário, as combinações de possíveis ofertas e seus respectivos resultados são:

preço spot → estratégia de oferta ↓	$\pi_d < c_j$	$c_j < \pi_d < \lambda_j$	$\pi_d = \lambda_j$	$\lambda_j < \pi_d$
$\lambda_j = c_j$	Não é despachado; $R_j = 0$	–	Gerador marginal $R_j = 0$	Inteiramente despachado; $R_j = (\pi_d - c_j) \times \bar{g}_j$
$\lambda_j > c_j$	Não é despachado; $R_j = 0$	Não é despachado quando poderia ter sido. Deixa de ganhar $(\pi_d - c_j) \times \bar{g}_j$	<b>Gerador marginal</b> $R_j = (\lambda_j - c_j) \times g_j$	Inteiramente despachado; $R_j = (\pi_d - c_j) \times \bar{g}_j$

Na hipótese de se ter um perfeito conhecimento sobre as ofertas e disponibilidades de todos os geradores, e sendo a demanda conhecida, é possível se determinar por inspeção a oferta ótima para o preço da energia de um gerador  $j$ . Neste caso (determinístico), a oferta ótima que um gerador  $j$  deve fazer para maximizar sua remuneração *spot* é aquela que o faça ser o gerador marginal, desde que seu custo operativo real seja inferior a este valor. A Figura 5.2 ilustra este caso determinístico:



**Figura 5.2 – Caso determinístico**

Partindo de uma oferta inicial  $\lambda_j$  igual ao custo operativo  $c_j$  (ponto O), o lucro do gerador  $j$  não é alterado a medida em que aumenta sua oferta já que este aumento não modifica o custo marginal do sistema nem sua geração (segmento I na Figura 5.1). Entretanto, caso continue a aumentar sua oferta, chega o momento em que o gerador  $j$  passa a ser o marginal (mais caro) do sistema. Nesta situação, ele, que até então vinha gerando a 100% da capacidade, produzirá somente o necessário para atender a demanda. Em outras palavras, o gerador que até então vinha sendo o marginal do sistema “rouba” parte da geração que vinha sendo feita pelo gerador  $j$ . Apesar de estar sendo pago (em termos unitários) um valor ligeiramente maior, uma vez que o custo marginal do sistema aumentou, ainda assim seu lucro final será menor, pois sua produção energética caiu bastante. Esta situação corresponde ao segmento II. Continuando com o aumento da oferta, seu lucro começa a subir por conta do correspondente aumento do custo marginal. Esta situação, que corresponde a parte III da figura, termina quando a oferta chega a um ponto (P) em que outro gerador (com oferta mais barata, e que até então não seria despachado), agora ocupa a posição de gerador marginal e substitui (neste caso integralmente) a geração do gerador  $j$  que agora não é mais despachado, e portanto tem seu lucro reduzido a zero (IV).

O lucro correspondente ao ponto P da figura (sua ordenada) pode ser maior ou menor que o ponto inicial O. É intuitivo supor que se houver um grande número de geradores disputando a geração de energia elétrica, muito provavelmente P corresponderá a um lucro menor que O. Caso haja poucos geradores, ou como veremos mais adiante, estes geradores estão agregados em empresas geradoras, o mesmo pode não se verificar.

#### 5.4 Ofertas em um ambiente com incertezas (ofertas não determinísticas)

A complexidade do problema das ofertas é aumentada pelo fato do cálculo de  $\pi_{dh}(\lambda_{hk})$  e  $g_{hj}(\lambda_{hk})$  em (5.6) (ou 5.7) depender do conhecimento do vetor de ofertas de *todas* as empresas, assim como as disponibilidades de geração das térmicas e do valor da demanda. Entretanto, esta informação não está disponível para nenhuma empresa no momento de sua oferta. Portanto, a estratégia de ofertas deve considerar a *incerteza* destas variáveis. Uma abordagem para resolver este problema é definir um conjunto de *cenários* para este conjunto de variáveis aleatórias (i.e. incertas), e maximizar o *valor esperado* da remuneração líquida, calculada para todos os cenários. Matematicamente:

$$RE_{hk}(\lambda_{hk}) = \text{Max} \sum_{s=1}^S p_s R_{hk}^s(\lambda_{hk}) \quad (5.22)$$

onde:

- $RE_{hk}(\lambda_{hk})$  valor esperado da remuneração líquida da empresa  $k$  na hora  $h$
- $s$  indexa os cenários (total de  $S$  cenários)
- $p_s$  probabilidade do cenário  $s$
- $R_{hk}^s(\lambda_{hk})$  remuneração da empresa  $k$  no cenário  $s$ , hora  $h$

Aplicando as mesmas condições de complementaridade discutidas na seção anterior, formula-se o seguinte problema:



$$RE_{hk} = \text{Max} \quad \sum_{s=1}^S p_s \sum_{j \in E_k} (\pi_{dh}^s - c_j) \times g_{hj}^s$$

sujeito a (5.23)

$$\sum_{j=1}^J g_{hj}^s = d_h^s \quad \text{para } s = 1, \dots, S \quad (5.23a)$$

$$g_{hj}^s \leq \bar{g}_{hj} \quad \text{para } j \in E_k; \text{ para } s = 1, \dots, S \quad (5.23b)$$

$$g_{hj}^s \leq \bar{g}_{hj}^s \quad \text{para } j \notin E_k; \text{ para } s = 1, \dots, S \quad (5.23c)$$

$$\pi_{dh}^s + \pi_{ghj}^s - \lambda_{hj} \leq 0 \quad \text{para } j \in E_k; \text{ para } s = 1, \dots, S \quad (5.23d)$$

$$\pi_{dh}^s + \pi_{ghj}^s \leq \lambda_{hj} \quad \text{para } j \notin E_k; \text{ para } s = 1, \dots, S \quad (5.23e)$$

$$\sum_{s=1}^S p_s \left( \sum_{j \in E_k} \lambda_{hj} \times g_{hj}^s + \sum_{j \notin E_k} \lambda_{hj} \times g_{hj}^s - \pi_{dh}^s \times d_h^s - \sum_{j \in E_k} \pi_{ghj}^s \times \bar{g}_{hj} - \sum_{j \notin E_k} \pi_{ghj}^s \times \bar{g}_{hj}^s \right) = 0 \quad (5.23f)$$

Como no caso determinístico (5.6), as ofertas  $\{\lambda_{hj}\}$  para todas as usinas da empresa  $k$  são variáveis de decisão, colocadas no lado esquerdo das restrições (5.23d). Analogamente, as ofertas de preços (conhecidos)<sup>10</sup> das térmicas pertencentes as demais empresas, representadas por  $\lambda_{hj}^s$ , estão no lado direito das restrições (5.23e).

Observa-se do problema (5.23), que ele *não pode* ser decomposto em  $S$  sub-problemas independentes entre si, já que as variáveis de decisão  $\{\lambda_{hj}\}$  aparecem simultaneamente em todos os cenários (restrição 5.23d). Como consequência, sua solução fica computacionalmente inviável quando o número de cenários cresce.

A alternativa é resolver o problema, onde para cada valor  $\{\lambda_{hj}\}$ , calcula-se o valor esperado da remuneração líquida para todos os cenários, como ilustra a Figura 5.3.

---

<sup>10</sup> As ofertas de preços para as outras empresas  $\{\lambda_{hj}^s, j \in E_k\}$  podem ser *diferentes* em cada cenário  $s$ ; elas apenas não são variáveis de decisão em cada sub-problema.

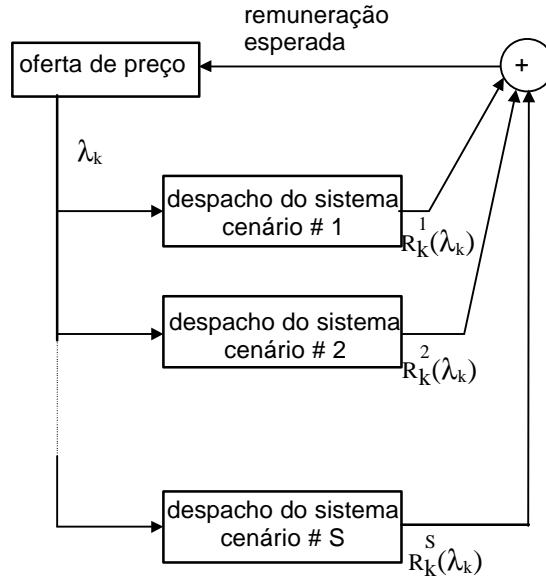


Figura 5.3 – Ofertas sob incerteza

## 5.5 Esquema de solução

Como no caso determinístico, o gerador deve encontrar o tradeoff ótimo entre aumentar sua remuneração e se arriscar a não ser despachado. Diferentemente do caso determinístico, a remuneração não diminui repentinamente, mas de forma mais gradual. A Figura 5.4 ilustra o tradeoff.

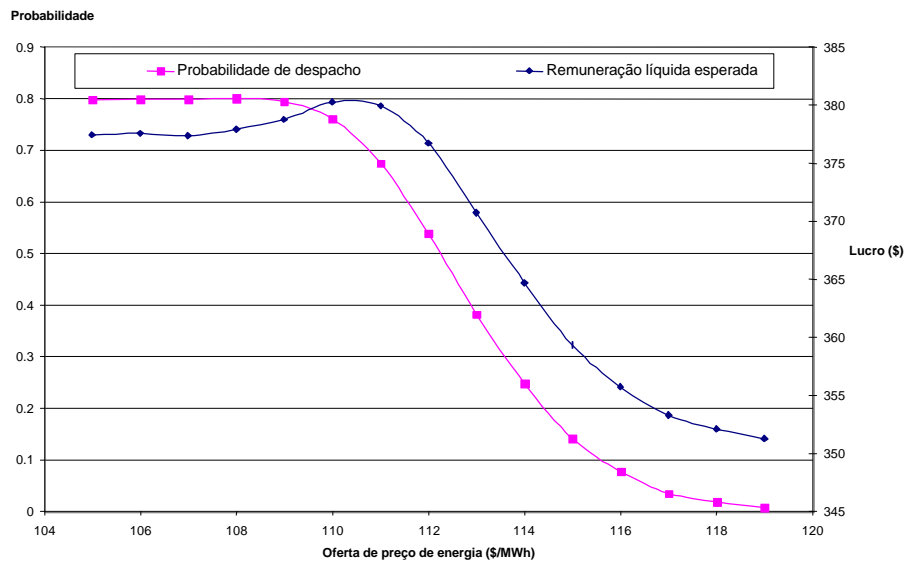


Figura 5.4 - Tradeoff entre preço, remuneração e frequência de despacho

A seguinte heurística foi utilizada para resolver o problema:

1. inicializar remuneração ótima e ofertas de preço de energia da empresa  $k$ :

$$ER_{hk}^* \leftarrow 0$$

$$\lambda_{hj}^* \leftarrow c_j, j \in E_k$$

2. repetir para cada planta  $j \in E_k$  (em ordem decrescente de custo operacional<sup>11</sup>)

- 2.1. busca unidimensional aumentando o preço  $\lambda_{hj}$  (a oferta de preço das demais usinas se mantém constantes):

- 2.1.1. inicializar  $ER_{hk}(\lambda_{hj}) \leftarrow 0$

- 2.1.2. estimar  $ER_{hk}(\lambda_{hj})$

- 2.1.3. se  $ER_{hk}^* < ER_{hk}(\lambda_{hj})$ , atualizar a solução ótima e oferta de preço:

$$ER_{hk}^* \leftarrow ER_{hk}(\lambda_{hj}) \tag{5.24}$$

$$\lambda_{hj}^* \leftarrow \lambda_{hj}$$

### 5.5.1 Cálculo de $ER_{hk}(\lambda_{hj})$ por Monte Carlo

O passo 2.1.2 da metodologia envolve o cálculo do valor esperado da remuneração da empresa  $k$ . As variáveis aleatórias em questão são as disponibilidades dos geradores e a demanda. Utilizaremos um método tipo Método de Monte Carlo, onde um número grande de cenários ( $s=1, \dots, N$ ) são sorteados. Para cada cenário se calcula a remuneração da

---

<sup>11</sup> A heurística se baseia na seguinte lógica: os geradores mais caros da empresa deverão fazer suas estratégias de ofertarem acima de custo antes que os geradores mais baratos. O tradeoff é sempre o mesmo: ao aumentar a oferta para forçar uma elevação no valor do preço spot, o gerador corre o risco de deixar de despachar. Como a remuneração líquida é dada pela diferença entre o spot e o custo do gerador, sendo esta diferença menor para os geradores mais caros e maior para os mais baratos, mais vale a pena “sacrificar” primeiro os geradores mais caros da empresa, uma vez que um gerador caro, ao deixar de despachar (por haver feito uma oferta alta demais), tem consequências menos graves para a empresa que um gerador mais barato.

empresa. Finalmente toma-se o valor esperado da remuneração da empresa como a média dos remunerações de todos os cenários. O passo 2.1.2 pode ser desmembrado em dois:

2.1.2.1. sortear um cenário  $s=1, \dots, N$  e calcular o despacho do sistema:

$$z^s = \text{Min} \quad \sum_{j \in E_k} \lambda_{hj} \times g_{hj}^s + \sum_{j \notin E_k} \lambda_{hj}^s \times g_{hj}^s \quad (5.25)$$

sujeito a

variável dual

$$\sum_{j=1}^J g_{hj}^s = d_h^s \quad \pi_{dh}^s \quad (5.25a)$$

$$g_{hj}^s \leq \bar{g}_{hj}^s \quad \text{para } j \in E_k \quad (5.25b)$$

$$g_{hj}^s \leq \bar{g}_{hj}^s \quad \text{para } j \notin E_k \quad (5.25c)$$

2.1.3.1. atualizar estimativa do valor esperado da remuneração da empresa:

$$RE_{hk}(\lambda_{hj}) \leftarrow RE_{hk}(\lambda_{hj}) + 1/N \sum_{j \in E_k} (\pi_{dh}^s - c_j) \times g_{hj}^s \quad (5.26)$$

## 5.5.2 Cálculo de $ER_{hk}(\lambda_{hj})$ por Baleriaux

Outra alternativa para o cálculo do valor esperado da remuneração consiste em substituir as simulações Monte Carlo da seção anterior por técnicas de convolução. A leitura desta seção é opcional e não compromete a seqüência de leitura proposta. Por esta razão foi colocada como um anexo ao texto principal (**Anexo A**).

## 5.6 Representação da ação dos agentes

As disponibilidades dos geradores podem ser modeladas com base em estatísticas de saídas das máquinas<sup>12</sup> enquanto os cenários de demanda podem ser produzidos através de modelos de previsão. Entretanto, os cenários de ofertas de preços para as demais empresas têm que levar em consideração que as demais empresas também são agentes ativos, isto é, as demais empresas também procurarão otimizar suas ofertas para maximizar seus lucros.

### 5.6.1 Metodologia proposta – Modelo de Bertrand

Este problema pode ser tratado através de um processo iterativo, onde cada agente procura maximizar suas ofertas de preço dadas as ofertas (desconhecidas) dos demais agentes (empresas):

1. inicializações
  - 1.1. contador de iteração  $i \leftarrow 1$ ;
  - 1.2. estratégia de preços para a primeira iteração  $\{\lambda_k^i, k = 1, \dots, K\}$
2. inicializar preços iniciais para todos os cenários:  $\{\lambda_k^s\} \leftarrow \lambda_k^i$  para  $k = 1, \dots, K$
3. para  $k = 1, \dots, K$ 
  - 3.1. resolver problema (5.25) e determinar o vetor  $\{\lambda_k^*\}$  que maximiza o valor esperado da remuneração da empresa  $k$
  - 3.2. atualizar preços para todos os cenários com o vetor de oferta de preços ótimo:  
$$\{\lambda_k^s\} \leftarrow \lambda_k^*$$

---

<sup>12</sup> Supõe-se que a disponibilidade declarada pelos geradores seja “honestas”, isto é, os geradores não manipulam esta informação (por exemplo declarando indisponíveis geradores que na realidade estão disponíveis) objetivando maximização de lucros.

4. se as novas estratégias de preços  $\{\lambda_k^*\}$  forem iguais às ofertas anteriores  $\{\lambda_k^i\}$  (para uma dada tolerância), então parar; caso contrário, atualizar o contador de iterações  $i \leftarrow i+1$ ; atualizar  $\{\lambda_k^i\} \leftarrow \{\lambda_k^*\}$  e voltar para o passo 3.

O conjunto de ofertas resultante, conhecido por equilíbrio de Nash, corresponde ao ponto em que nenhuma empresa tem qualquer motivo para alterar suas ofertas, pois não há como melhorar o resultado e portanto o sistema chega a um ponto de equilíbrio:

$$\lambda_1^* = \operatorname{argmax} [ER_1 (\lambda_1 | \lambda_2^*, \lambda_3^*, \dots)]$$

$$\lambda_2^* = \operatorname{argmax} [ER_2 (\lambda_2 | \lambda_1^*, \lambda_3^*, \dots)]$$

...

$$\lambda_K^* = \operatorname{argmax} [ER_K (\lambda_K | \lambda_1^*, \lambda_2^*, \dots)]$$

## 5.6.2 Estudo de caso

Apresentamos agora alguns estudos de caso que foram desenvolvidos para ilustrar a dinâmica do processo de ofertas dos geradores pertencentes a empresas distintas. Os dados são fictícios, pois trata-se de estudo meramente acadêmico. Nosso exemplo refere-se a um sistema cuja demanda de energia em uma etapa (hora) qualquer  $D$  (variável aleatória) é dada por uma distribuição normal com média 57 MW e coeficiente de variação 0.1. A produção energética é realizada por um parque composto de 8 geradores distribuídos em oito empresas, portanto 1 gerador por empresa. A potência instalada total do sistema é de 115 MW e o custo de déficit é \$40/MWh. Cada gerador pode não estar disponível em uma etapa qualquer e a probabilidade de isto ocorrer é dada por sua taxa equivalente de indisponibilidade forçada (TEIF). No exemplo, os geradores tem TEIF=10%. Por facilidade os dados estão expostos nas tabelas abaixo:

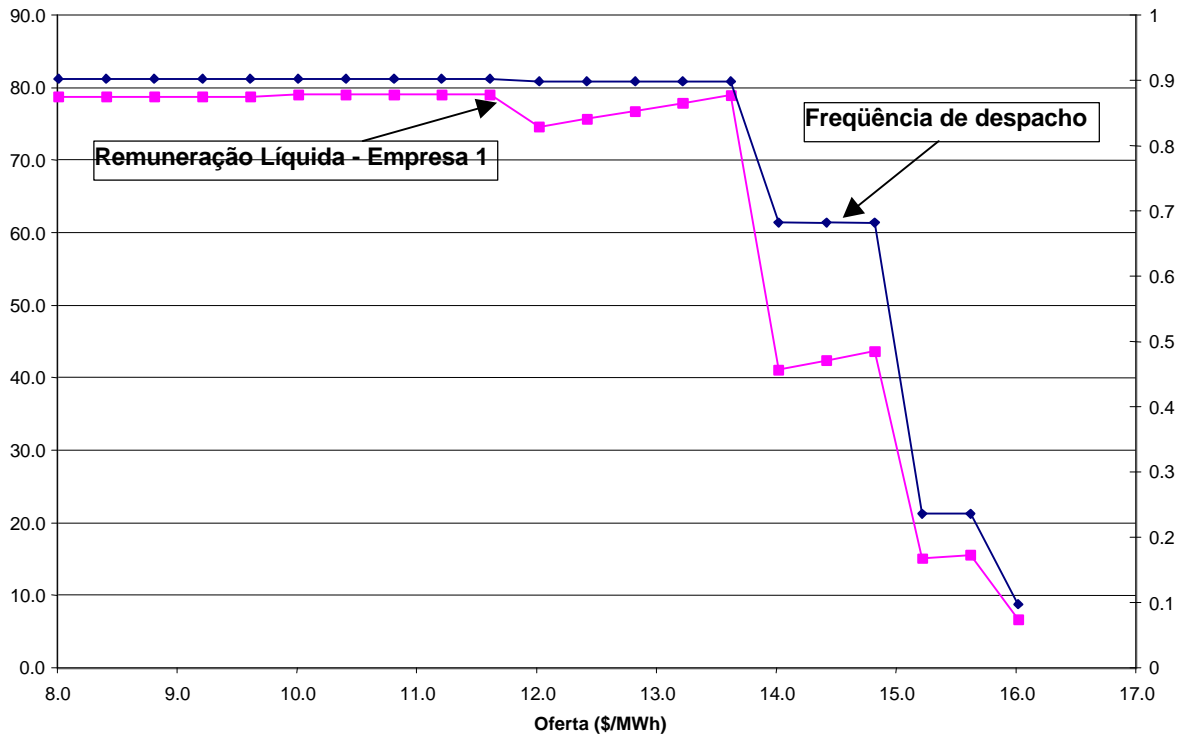
**EXEMPLO 1: EMPRESA 1 POSSUI 1 GERADOR (G1)**

<b>No. de empresas</b>	8
<b>No. de geradores</b>	8
<b>Potência Total (MW)</b>	115
<b>Demanda média (MW)</b>	57
<b>Coefficiente de variação da demanda</b>	0.10
<b>Custo de déficit (\$/MWh)</b>	40

<b>Empresa</b>	<b>Gerador</b>	<b>Custo (\$/MWh)</b>	<b>Pot. (MW)</b>	<b>TEIF (%)</b>
1	G1	8	15	10
2	G2	10	10	10
3	G3	14	15	10
4	G4	7	10	10
5	G5	15	15	10
6	G6	16	10	10
7	G7	12	20	10
8	G8	21	20	10

A empresa 1 vai procurar maximizar seu lucro através da variação da oferta de preço de energia produzida por seu gerador G1. A Figura 5.5 ilustra o resultado. A oferta de partida como pode-se ver é o próprio custo de operação da usina (\$8/MWh). Como o gerador G1 é relativamente barato (é o segundo mais barato do sistema), o fato de aumentar seu preço inicial de \$8/MWh até \$12/MWh não alterou sua frequência de despacho, de 90% (coerente com a informação de que há 10% de chance do gerador estar indisponível). Também até este ponto, a estratégia de aumentar sua oferta não afetou o CMCP do sistema, portanto sua remuneração líquida não se alterou. No entanto quando sua oferta passa de \$12/MWh, há uma pequena descontinuidade na frequência de despacho. Isto ocorre porque, se até então G1 era sempre requisitado para operar (por ser barato), agora passa a existir uma pequena probabilidade da demanda ser suficientemente pequena para que a geração dos geradores com ofertas inferiores os iguais a \$12/MWh (45MWh) ser suficiente para atendê-la. Na realidade, podemos calcular esta probabilidade, que é de  $0.9^3 \times P(D \leq 45) = 0.729 \times 0.0176 = 0.0128$ . O primeiro termo refere-se à

condição de que os três geradores com preços menores ou iguais a \$14/MWh estejam funcionando e o segundo termo refere-se à probabilidade da demanda ser inferior a capacidade de produção energética destes geradores (45MWh). Esta probabilidade pode ser facilmente computada, posto que a demanda está sendo tratada como uma variável aleatória com distribuição normal.



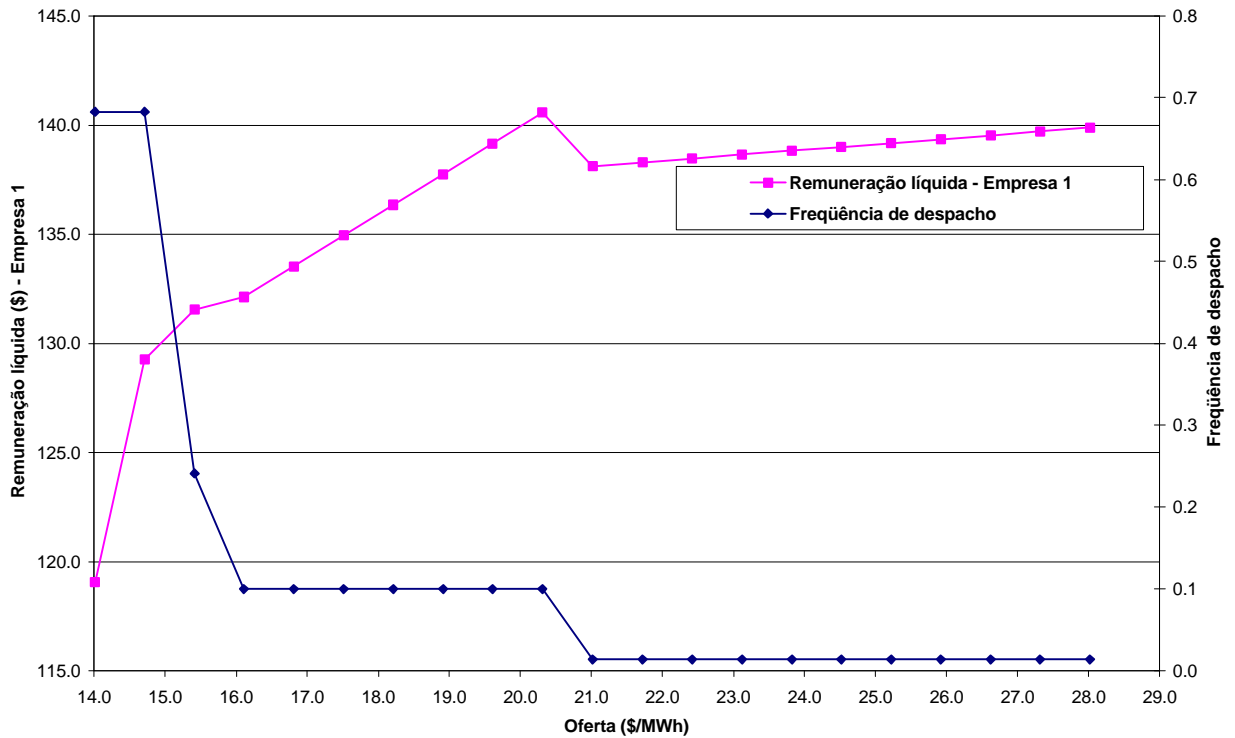
**Figura 5.5 – G1 otimiza sua oferta para maximizar lucro da Empresa 1**

Aos \$14/MWh se observa mais uma descontinuidade na curva de frequência, indicando que, com o aumento da oferta, G1 mudou mais uma vez sua posição na ordem de carregamento. Em nenhuma circunstância a estratégia de aumentar a oferta de G1 mostrou-se vantajosa pois a remuneração líquida sempre caía com o aumento da oferta de preço de G1. Portanto nestas circunstâncias, a melhor estratégia a ser adotada por G1 é fazer sua oferta igual a seu custo operativo, \$8/MWh.



**EXEMPLO 2: EMPRESA 1 POSSUI 3 GERADORES (G1,G2 E G3)**

Empresa	Gerador	Custo (\$/MWh)	Pot (MW)	TEIF (%)
1	G1	8.0	15	10
1	G2	10.0	10	10
1	G3	14.0	15	10
2	G4	7.0	10	10
2	G5	15.0	15	10
2	G6	16.0	10	10
3	G7	12.0	20	10
3	G8	21.0	20	10



**Figura 5.6 - G3 otimiza sua oferta para maximizar lucro da Empresa 1**

Observa-se da Figura 5.6 que, neste caso, houve um ganho de mais de 15% para a empresa (passou de \$119 para aproximadamente \$140), sendo que a oferta do gerador G1 passou de \$14/MWh para um valor próximo a \$20/MWh, um aumento em sua oferta de quase 50%. É interessante notar que mesmo com a frequência de despacho de G1

decrecendo à medida que aumenta sua oferta, a remuneração esperada da empresa 1 sobe para a faixa de ofertas de G1 de até \$20/MWh.

A Figura 5.7 ilustra o comportamento da otimização do segundo gerador mais caro pertencente à empresa 1, o gerador G2. Se observa que o gerador, que tem um custo de operação de \$10/MWh, chega a uma oferta ótima de mais de \$14/MWh. O lucro líquido da Empresa 1 sobe um pouco, passando de uns \$140 para um pouco mais de \$150. Finalmente, na Figura 5.8 se mostra a estratégia de otimização do gerador G3 (mais barato da empresa) que conclui que o melhor é ofertar igual ao custo: \$8/MWh. O gráfico ilustra a noção intuitiva de que G1 e G2 se “sacrificaram” para forçar a alta do CMCP enquanto o gerador G3 apenas se beneficia (e beneficia a empresa E1) deste aumento.

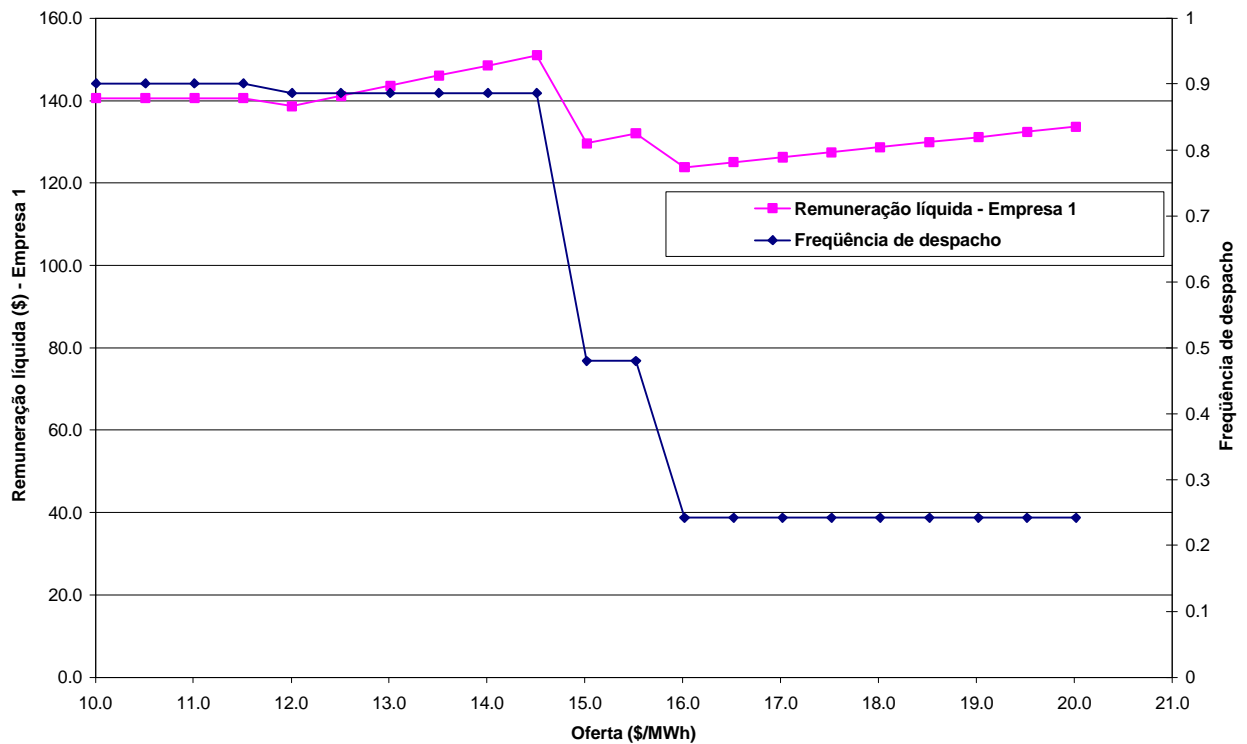
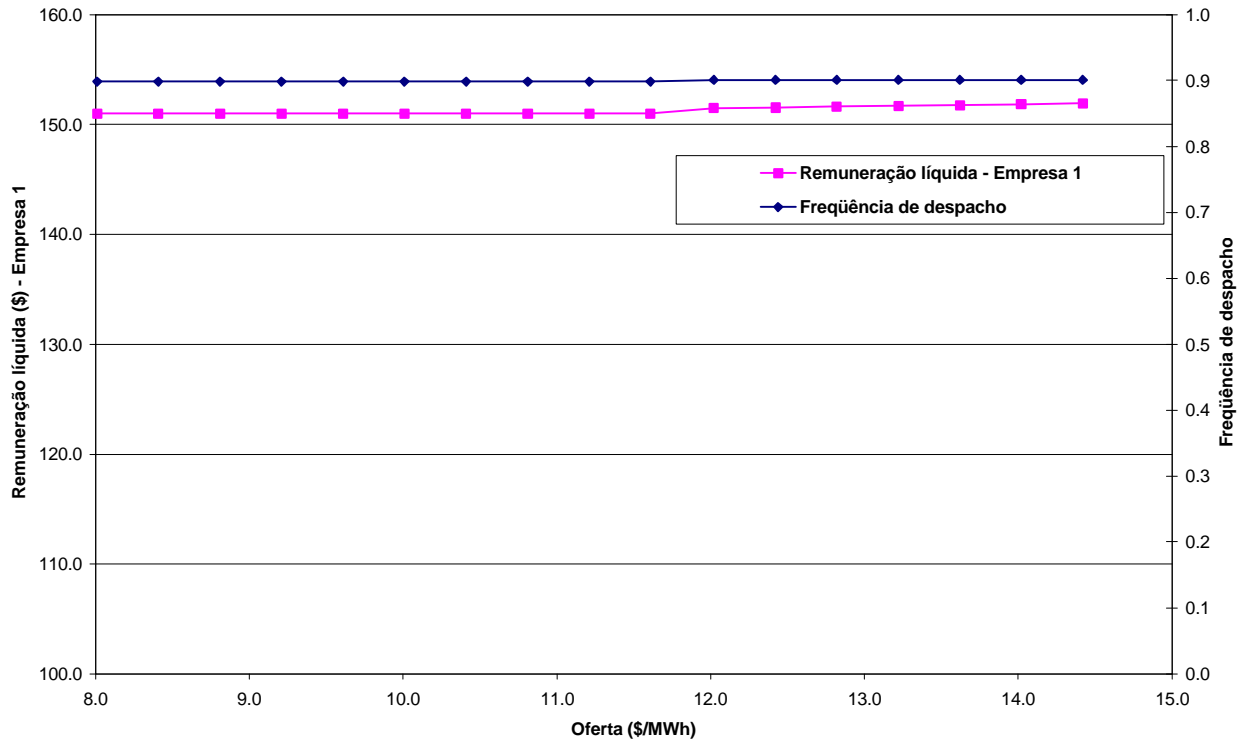


Figura 5.7 – G2 otimiza sua oferta para maximizar lucro da Empresa 1



**Figura 5.8 – G1 otimiza sua oferta para maximizar lucro da Empresa 1**

A Figura 5.9 mostra o processo da dinâmica de ofertas. No eixo das abcissas se mostra a “iteração” do processo, em que cada iteração se define pela otimização de ofertas de uma dada empresa. O processo se inicia com todas as empresas ofertando igual a custo (ponto inicial). O próximo passo é a otimização das ofertas dos geradores pertencentes à empresa 1, que vimos em detalhe nos gráficos 5.4-5.6. Em seguida as estratégias de ofertas da empresa 2 são feitas, sendo que as ofertas dos geradores da empresa 1 considerados pela empresa 2 já são as ofertas ótimas obtidas no passo anterior e não mais os custos operativos (ponto de partida). O processo se repete até chegar o momento em que nenhum dos geradores de nenhuma empresa consegue aumentar o lucro de sua empresa alterando sua ofertas. É um ponto de equilíbrio conhecido na Teoria de Jogos por Equilíbrio de Nash (ver equação 5.12).

Se observa da Figura 5.9 que o total pago pelos consumidores na situação de equilíbrio é aproximadamente duas vezes o valor pago na condição inicial (ver eixo Y secundário). Portanto a manipulação de preços leva a um patamar de aumento abusivo de custos de

energia elétrica. Este aumento pode ser melhor visualizado pela Figura 5.10, em que se mostra a evolução do CMCP à medida em que o processo iterege.

Muitos pesquisadores argumentam que ofertas por parte da demanda são instrumentos eficazes para conter aumentos abusivos de preços. No entanto em nossa análise não consideramos esta ação por parte da demanda. Pelo contrário, a demanda foi considerada inelástica com respeito aos preços, sendo modelada simplesmente como uma variável aleatória normalmente distribuída com valor esperado igual a uma fração da capacidade instalada. Também se observou das simulações um ponto muito comentado em textos sobre manipulação de mercado: a de que o poder de mercado se evidencia em situações de alta demanda (demanda de pico) sendo pouco praticado em baixa demanda. Para o modelo de simulação utilizado, a análise é feita simplesmente alterando-se o valor esperado da demanda (dado de entrada para o modelo de simulação) e observando-se o comportamento dos preços.

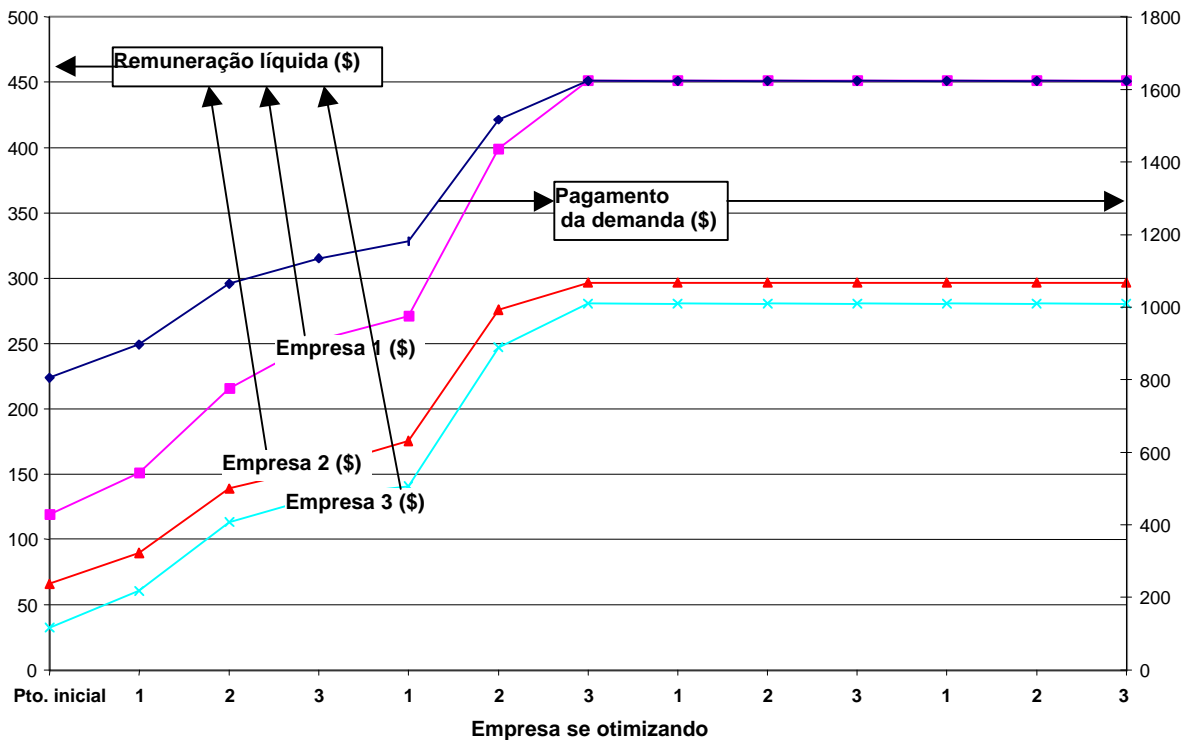
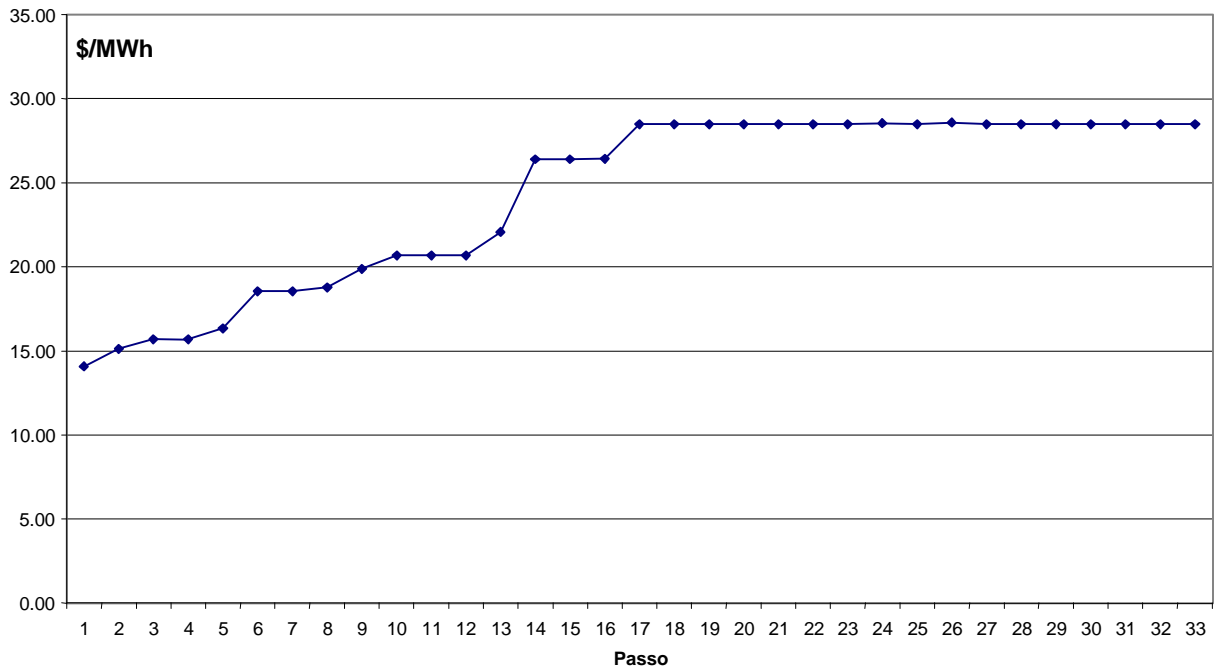


Figura 5.9 – Dinâmica do processo de ofertas



**Figura 5.10 – Evolução do Preço Spot pelo processo de ofertas**

## 5.7 Conclusões

O exercício mostrou o efeito da concentração dos geradores em empresas em um sistema onde o despacho é baseado na oferta dos geradores, como é o caso da Inglaterra, Colômbia, El Salvador.

Claramente houve uma perda de eficiência, expressa através de um médio do preço da energia (Figura 5.10). Também se verificou que o total pago pelas empresas de distribuição aproximadamente dobrou em função da alta do preço *spot*.

Exercícios análogos, porém onde um maior número de empresas geradoras (menor concentração) competiam pela geração demonstraram, como se poderia imaginar, a eliminação da manipulação de mercado.

## 6 COMPORTAMENTO ESTRATÉGICO EM SISTEMAS HIDROTÉRMICOS COM DESPACHOS DESCENTRALIZADOS

### 6.1 Cálculo da oferta de preço em sistemas hidrotérmicos

Em um sistema hidrotérmico, como foi visto no Capítulo 3, o operador do sistema é confrontado com a decisão de quanta água deve utilizar nos reservatórios imediatamente para gerar energia e de quanta água deixar para futuro uso. Foi visto que o ponto de mínimo custo operativo se obtém, igualando a derivada da função de custo imediato com a derivada da função de custo futuro, sendo esta derivada dada pelo valor da água<sup>13</sup>.

Suponha a existência de um sistema hidrotérmico com livre oferta de preços. A questão que se coloca neste momento é a seguinte: X é o dono de um reservatório capaz de gerar energia. Por razões éticas, ou outras quaisquer, deseja vender sua energia por um preço absolutamente “justo”, ou seja, o X não tem nenhuma intenção de maximizar seus lucros com a venda de energia mas por outro lado também não quer acumular prejuízos. Por qual preço deve oferecer sua energia em um mercado descentralizado?

A resposta para esta pergunta não é nada óbvia, visto que as hidrelétricas, ao contrário das térmicas, não possuem custos diretos, mas custos de *oportunidade*.

Se não só X, mas *todos os demais proprietários* quisessem ser “justos”, e admitindo que não existam usinas à jusante da usina de X, ele deveria fazer sua oferta com base no valor da água de sua usina, portanto seu preço (não escreveremos o índice de tempo por simplicidade de notação) seria dado pela seguinte razão:

$$\text{Preço energia de X (\$/MWh)} = \pi_h / \rho \quad (6.1)$$

---

<sup>13</sup> variável dual associada ao balanço hídrico de cada usina  $i$ , que indica qual seria a variação do custo operativo se a usina  $i$  dispusesse de uma unidade adicional de água.

onde

$\pi_h$  é o valor da água ( $\$/\text{Hm}^3$ ) na usina do Sr. X

$\rho$  é o coeficiente de produção ( $\text{MWh}/\text{Hm}^3$ ) da usina do Sr. X.

Como visto no capítulo 3, o valor da água é a variável dual associada à equação de balanço hídrico.

$$V_t(i) + S_t(i) + U_t(i) - \sum_{m \in M(i)} [S_t(m) + U_t(m)] = V_{t-1}(i) + A_t(i) \quad \pi_{ht-1}(i) \quad (6.2)$$

Onde  $V_t(i)$ ,  $S_t(i)$ ,  $U_t(i)$  e  $A_t(i)$  correspondem respectivamente ao volume armazenado, ao volume vertido, ao volume turbinado e ao volume afluente a usina  $i$ , etapa  $t$ . O conjunto  $m \in \hat{I} M(i)$  é o das usinas localizadas a montante da usina  $i$ .

Observa-se portanto, que o valor da água para uma hidrelétrica  $i$  num instante de tempo  $t$  é uma função multivariada, pois depende das decisões operativas (turbinamento e vertimento) das usinas à montante de  $i$ . Estas variáveis são determinadas pelo operador do sistema do despacho centralizado (são portanto variáveis de decisão no subproblema de programação linear da recursão da programação dinâmica).

Não é possível portanto calcular o valor da água nas usinas num sistema onde o despacho é determinado de forma descentralizada. O proprietário de cada usina não tem como saber *ex ante* quanto vai ser turbinado ou vertido pelas outras usinas, dado que estes valores são função das ofertas destas usinas, que são uma incógnita.

Na realidade, esta impossibilidade pode ser entendida numa situação ainda mais simples: supondo que a usina do X seja a única do sistema. Como visto no Capítulo 4, a seguinte relação é válida

$$\pi_{dt} \times \rho_i = \pi_{ht}(i) - \pi_{ht}(i+1) \quad (6.3)$$

Neste caso, por ser a usina do X a única do sistema,  $\pi_{ht}(i+1)$  vale 0, e podemos abandonar o índice  $i$ , logo

$$\pi_{ht} = \rho \times \pi_{dt} \quad (6.4)$$

Ou seja, o valor da água é uma função do custo marginal de curto prazo do sistema  $\pi_{dt}$ . Este por sua vez não é um valor conhecido *ex-ante* (antes do despacho), quando o X precisa tomar sua decisão, senão *ex-post*, isto é *após* o despacho ser feito.

Enquanto no caso térmico o proprietário da usina térmica *sabe* quanto oferecer pela energia, pois sabe quanto lhe custou o combustível, qual sua taxa interna de retorno desejada, etc., no caso hidrotérmico o proprietário da hidrelétrica teria que *adivinhar* qual o valor que deveria oferecer pela energia, pois este valor depende da ação dos demais agentes.

A conclusão é que mesmo que o proprietário da usina fosse a “Madre Teresa de Calcutá”, ele não poderia, ou melhor, não saberia proceder de forma “justa” em sua oferta pela venda de energia em um sistema hidrotérmico descentralizado.

### 6.1.1 Oferta de preço em sistemas hidrotérmicos

No **Anexo B**, estenderemos a análise da maximização de lucro para sistemas hidrotérmicos. Nesta análise, seguiremos com a hipótese de que os geradores (mesmo as usinas hidrelétricas) fazem ofertas de preço (\$/MWh) pela energia (análise de Bertrand).



## 6.2 Maximização de lucros em ofertas de quantidade

No Capítulo 5 foi abordado o tema do poder de mercado em sistemas puramente térmicos. Nesta seção, a ênfase está na discussão do poder de mercado em sistemas hidrotérmicos. Porém antes de abordar propriamente este tema, convém fazermos uma recapitulação de alguns pontos que facilitarão a introdução do tema.

Inicialmente é importante ressaltar que o despacho do sistema brasileiro se manterá centralizado mesmo com a reestruturação do setor, em particular com a criação do Operador Nacional do Sistema (ONS). O despacho procura minimizar, ao longo de um horizonte de planejamento, os custos de produção de energia nas térmicas mais os custos associados a déficits energéticos. Como visto no Capítulo 3, modelos baseados em Programação Dinâmica Estocástica vêm tradicionalmente sendo utilizados como ferramenta no cálculo do despacho ótimo.

Entretanto, como se espera uma crescente participação privada na geração elétrica, devendo isto acontecer nos próximos 2-3 anos, é natural se imaginar que questões relativas à operação do sistema possam ser levantadas pelos futuros proprietários das usinas. Perguntas como: “Por que não posso eu mesmo despachar a minha usina? Afinal não existe ninguém mais qualificado para operá-la. Por que devo receber uma remuneração no MAE com base em um crédito de energia calculado pelo MRE e não pela produção de energia de minha usina?”

A resposta a estas perguntas se divide em duas partes: em primeiro lugar, o despacho descentralizado acompanhado da extinção do MRE traria como consequência imediata o não reconhecimento do papel de regularização dos reservatórios. Este problema como visto no capítulo 4 acontece sempre que numa mesma cascata haja aproveitamentos hidrelétricos pertencentes a diferentes empresas. Como no Brasil, existem até 6 diferentes empresas proprietárias de usinas localizadas na mesma cascata, o problema existe.

No mesmo capítulo foi sugerida a criação de um mercado de água (MAA) que funcionaria junto com o Mercado Atacadista de Energia (MAE). Naquele capítulo mostrou-se a equivalência entre esta proposição e o atual MRE. Conclui-se em princípio que o despacho poderia ser descentralizado, desde que se criasse um instrumento como o do MAA.

O MAA seria responsável pelas transações de água tendo o importante papel de dar o sinal econômico correto para o uso do estoque d'água dos reservatórios. Os proprietários dos reservatórios teriam interesse em transferir a água de períodos úmidos (quando seu valor é baixo) para vendê-la nos períodos secos (quando seu valor é alto).

Nestes moldes a operação descentralizada, em que um agente individual procuraria maximizar sua receita composta de venda de energia no MAE e venda d'água no MAA “convergiria” para o despacho centralizado de mínimo custo, onde o operador do sistema procura tomar a decisão que iguala o valor imediato da água do reservatórios com seu valor esperado futuro.

Talvez a única ressalva que deve ser feita com respeito a esta equivalência está na maneira de “olhar” para os cenários futuros. Como já visto, os modelos de programação dinâmica estocástica utilizados no despacho centralizado procuram em última análise tomar a decisão que equilibra o valor da água no presente com o valor esperado da água no futuro. O valor esperado da água futuro, por sua vez, é calculado utilizando-se para isto um conjunto de cenários de futuras vazões afluentes aos reservatórios.

No caso do despacho descentralizado, o uso da água pode ser diferente, basicamente por dois motivos:

- Ao contrário do ONS, que calcularia a decisão de quanta energia produzir, portanto quanta água utilizar dos reservatório com base em um conjunto de cenários de

afluências, o proprietário desta usina pode não estar considerando todos estes cenários, seja por ter um conhecimento privilegiado da situação hidrológica da região ou o contrário: por pura falta de informação. Para exemplificar, suponha que o proprietário tenha comprado um sofisticado modelo de previsão de vazão e com base nos prognósticos apontados pelo modelo, decida operar seu reservatório para armazenar mais água que chega ao reservatório hoje para tentar vendê-la no futuro, pois seu modelo de vazões aponta para uma alta probabilidade de ocorrência de uma seca no futuro. Esta decisão possivelmente seria diferente da decisão tomada pelo ONS.

- O perfil de risco do proprietário da usina pode ser diferente do critério adotado pelo ONS. Quem disse que sua decisão é tomada com base no valor esperado de um determinado conjunto de cenários? Provavelmente o proprietário da usina é mais avesso ao risco que o ONS. Segundo Lizardo<sup>14</sup>, existem duas razões básicas para haver distinção: (i) o investidor vai olhar para o mercado financeiro como referência; um aumento da incerteza vai ser encarada de maneira mais pessimista que por um agente governamental, que pode ter uma taxa de desconto implícita mais baixa; (ii) o risco afetando uma usina (e seu proprietário) é maior que aquele afetando o sistema (visão do ONS).

Assumindo que estas duas questões são secundárias, não afetando muito a equivalência entre: despacho centralizado+MRE e despacho descentralizado+criação MAA, chegamos à segunda parte da resposta: a descentralização da operação pode trazer um aspecto bastante negativo para o setor: o poder de mercado. Este é o tema a ser discutido neste capítulo.

---

<sup>14</sup> Em comunicado pessoal ao autor.

### 6.3 Revisão Bibliográfica

Existe uma grande quantidade de trabalhos sobre o tema de poder de mercado em sistemas térmicos, principalmente com a reestruturação do setor elétrico na Inglaterra em 1990 e do mercado de energia da Califórnia em 1997.

O mesmo não se pode dizer sobre a investigação técnica do poder de mercado em sistemas hidrotérmicos – um tema de interesse para países com este perfil de produção de energia, como é o caso do Brasil.

O tema da estratégia de maximização de lucros e a capacidade de manipulação de preços pelo uso de usina hidrelétricas é abordado por Bushnell [12]. Neste trabalho, o autor investiga o mercado de energia do oeste dos EUA. Um modelo analítico é desenvolvido para se derivar o equilíbrio de um jogo não cooperativo. São 3 empresas estratégicas (*price makers*), a saber, BPA, PG&E e SCE sendo as demais não estratégicas (*price takers*).

A empresa BPA (Bonneville Power Administration) tem a capacidade de utilizar seus estoques de água para produzir a energia nos patamares fora de pico diminuindo sua geração nas horas de pico, aproveitando-se da congestão nas linhas de transmissão dos sistemas exportadores vizinhos, para induzir um aumento do preço da energia. No mesmo paper o autor afirma que a BPA não tem usado este poder (talvez por ser uma empresa estatal e estar presa a hábitos e valores anteriores).

A simulação da operação de uma usina em um ambiente não regularizado para o sistema da Nova Zelândia, através de técnicas de programação dinâmica dual é feita em [13].

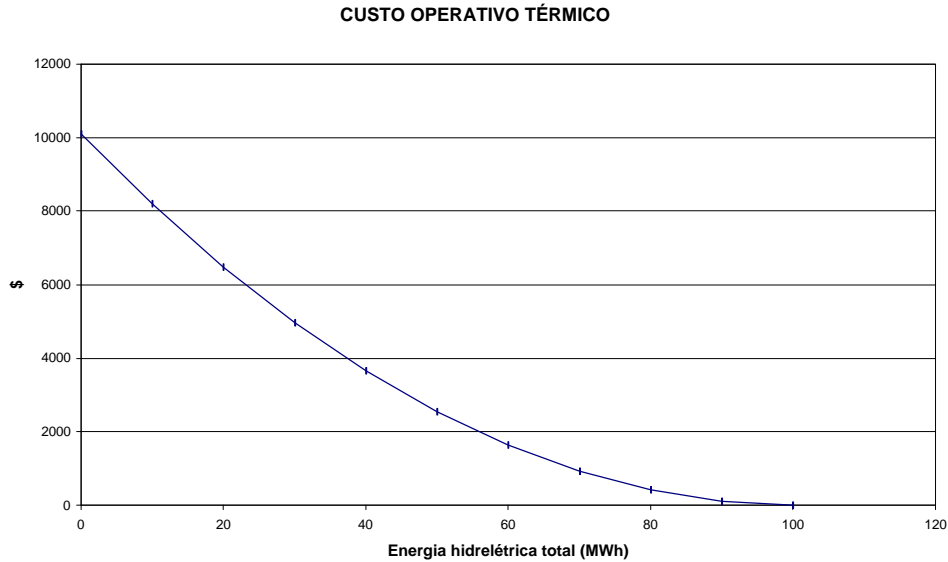
## 6.4 Equilíbrio de Cournot em sistemas hidrotérmicos – configuração estática

Utilizaremos uma abordagem do tipo Cournot, onde as hidrelétricas competem pela *quantidade* produzida, não havendo portanto oferta (\$/MWh) pela energia gerada, como no capítulo anterior. Outros conceitos de equilíbrio, como o de competição pela “curva de oferta” [6] tem sido utilizados para analisar competição em mercados de eletricidade. Entretanto, o problema do despacho hidrelétrico é fundamentalmente de caráter quantitativo, sendo portanto o modelo de Cournot apropriado à análise.

A hipótese básica assumida aqui é que o custo operativo térmico,  $Z$ , é uma função quadrática da energia térmica produzida. A energia térmica produzida, por sua vez, é dada pela diferença entre a demanda do sistema e a energia produzida pelas usinas hidrelétricas,  $E_i, i = 1, \dots, N$ .

$$Z(D, E_1, E_2, \dots, E_N) = a \left( D - \sum_{k=1}^N E_k \right)^2 + b \left( D - \sum_{k=1}^N E_k \right) + c \quad (6.18)$$

A Figura 6.1 ilustra o custo operativo térmico em função da energia hidrelétrica total produzida. Os parâmetros utilizados foram ( $D=100$  MWh,  $a=1, b=1, c=0$ ) :



**Figura 6.1 – Custo operativo térmico (\$)**

Partindo da expressão (6.18), o custo marginal do sistema, ou preço *spot*, é dado por:

$$\pi_d = \frac{\partial Z}{\partial D} = 2 a \left( D - \sum_{k=1}^N E_k \right) + b \quad (6.19)$$

Podemos determinar o total de quantidade de energia hidrelétrica produzida tal que o custo operativo seja o mínimo. Basta diferenciar (6.18) com respeito à energia hidrelétrica total produzida e igualar a expressão à zero.

Condição para ponto de mínimo custo :

$$\frac{\partial Z}{\partial E_{total}} = 0 \quad (6.20)$$

$$-2a (D - E_{total}^*) - b = 0$$

Onde (\*) denota o ponto de mínimo custo. Portanto:

$$E_{total}^* = D + \frac{b}{2a} \quad (6.21)$$

#### 6.4.1 Remuneração *spot* das hidrelétricas

A remuneração *spot* de uma hidrelétrica  $i$  qualquer,  $R_i$ , é dada pela energia produzida por esta usina multiplicada pelo preço *spot* do sistema.

$$R_i = \left[ 2a \left( D - \sum_{k=1}^N E_k \right) + b \right] E_i = 2aDE_i - 2aE_i \left( \sum_{k=1}^N E_k \right) + bE_i \quad (6.22)$$

A quantidade de energia que maximiza o lucro de cada hidrelétrica  $i$  é obtida derivando-se a expressão acima com respeito à energia e igualando a zero:

$$\frac{\partial R_i}{\partial E_i} = 0 \quad \forall i = 1, 2, \dots, N \quad (6.23)$$

$$2aD - 4aE_i - 2a \left( \sum_{k \neq i} E_k \right) + b = 0 \quad (6.24)$$

$$2E_i + \sum_{k \neq i} E_k = D + \frac{b}{2a} \quad \forall i = 1, 2, \dots, N \quad (6.25)$$

A expressão (6.25) é um sistema linear de equações com  $N$  equações e  $N$  incógnitas. A solução deste sistema produz a situação de equilíbrio em que a quantidade de energia produzida por cada usina  $i$  maximiza sua remuneração *spot*, levando em consideração a reação das demais usinas. Portanto a solução deste sistema de equações proporciona o equilíbrio de Cournot, em que nenhum agente pode alterar sua estratégia, pois isto diminuiria sua remuneração.

Matricialmente, o conjunto de equações (6.25) pode ser escrito como:

$$\mathbf{M} \quad \mathbf{E} = \quad \mathbf{R}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & \dots \\ 1 & 2 & 1 & \dots \\ \dots & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ \dots \\ E_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D+b/2a \\ D+b/2a \\ \dots \\ D+b/2a \end{bmatrix} \quad (6.26)$$

Devido à estrutura de  $\mathbf{M}$ , a matriz inversa  $\mathbf{M}^{-1}$  será composta por dois tipos de valor: os da diagonal e os fora da diagonal. Chamemos de  $\alpha$  as componentes da matriz  $\mathbf{M}^{-1}$  pertencentes à diagonal e  $\beta$  os elementos fora da diagonal.

Primeira linha de  $\mathbf{M}$  com primeira coluna de  $\mathbf{M}^{-1}$  :

$$2\alpha + (N-1)\beta = 1 \quad (6.27)$$

Primeira linha de  $\mathbf{M}$  com segunda coluna de  $\mathbf{M}^{-1}$  :

$$2\beta + \alpha + (N-2)\beta = 0 \quad (6.28)$$

Arrumando-se os termos de (6.28), chega-se a:

$$\alpha = -N\beta \quad (6.29)$$

Substituindo (6.29) em (6.27), obtém-se:

$$-2N\beta + (N-1)\beta = 1$$

$$\beta = -\frac{1}{N+1} \quad (6.30)$$



$$\alpha = -N\beta = \frac{N}{N+1} \quad (6.31)$$

A energia produzida por cada hidrelétrica é dada pela multiplicação dos elementos das matrizes  $\mathbf{M}^{-1}$  e  $\mathbf{R}$  em (6.26). Todos os elementos do vetor  $\mathbf{R}$  são iguais entre si ( $D + b/2a$ ). Cada linha da matriz  $\mathbf{M}^{-1}$  possui o valor  $\alpha$  na posição da diagonal e  $(N-1)$   $\beta$ 's fora da diagonal. A energia produzida por cada usina é portanto:

$$\begin{aligned} E_i^* &= \left( D + \frac{b}{2a} \right) (\alpha + (N-1)\beta) \\ &= \left( D + \frac{b}{2a} \right) \left( \frac{N}{N+1} - \frac{N-1}{N+1} \right) = \left( D + \frac{b}{2a} \right) \left( \frac{1}{N+1} \right) \end{aligned} \quad (6.32)$$

O total de energia produzido pelas usinas hidrelétricas na posição de equilíbrio é:

$$E_{total}^* = \sum_{k=1}^N E_k^* = N \times E_i^* = \left( D + \frac{b}{2a} \right) \left( \frac{N}{N+1} \right) \quad (6.33)$$

Observa-se da expressão (6.33) que a energia total produzida pelas hidrelétricas num ambiente competitivo é sempre *menor* que energia total produzida de maneira a minimizar os custos operativos (6.21), pois a razão  $N / (N+1)$  é sempre menor que 1.

### 6.4.2 Caso com muitas hidrelétricas ( $N \rightarrow \infty$ )

Para  $N \rightarrow \infty$ , a expressão (6.33) tende a  $\left(D + \frac{b}{2a}\right)$  (6.34)

### 6.4.3 Custos marginais

Substituindo-se a expressão (6.33), que fornece a energia total hidrelétrica produzida em função do número  $N$  de participantes, na expressão (6.19), que fornece o custo marginal do sistema, chega-se a seguinte expressão:

$$\pi_d(N) = 2a \left[ D - \left( D + \frac{b}{2a} \right) \left( \frac{N}{N+1} \right) \right] + b \quad (6.35)$$

Portanto o custo marginal do sistema,  $\pi_d(N)$  é uma função das seguintes variáveis: demanda  $D$ , parâmetros ( $a$  e  $b$ ) e número  $N$  de usinas hidrelétricas.

A Figura 6.2 a seguir ilustra o comportamento do custo marginal e da energia hidrelétrica total produzida em função do número de usinas hidrelétricas participantes. Como na Figura 6.1, os dados utilizados foram:  $D = 100$  MWh,  $a = b = 1$ ;  $c = 0$ .

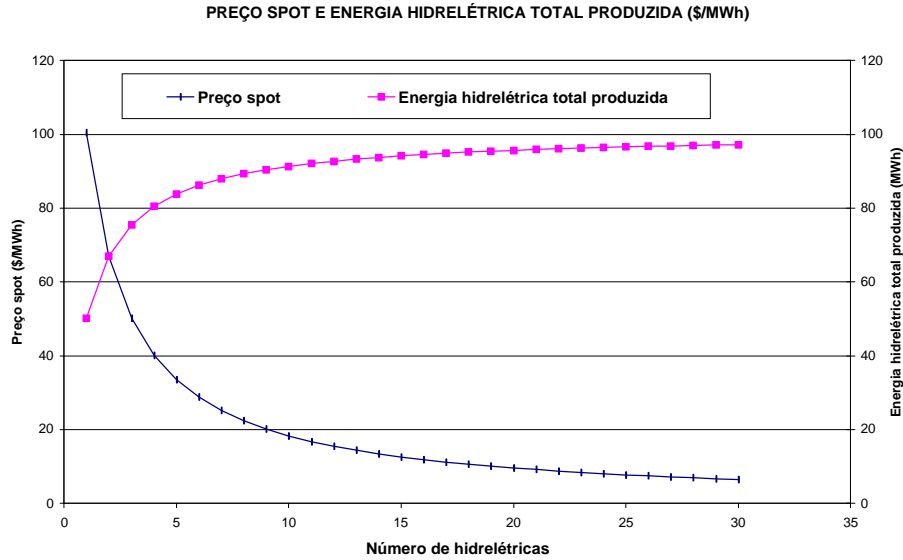


Figura 6.2 – Preço spot e energia hidro total produzida vs. número de hidrelétricas

#### 6.4.4 Remuneração *spot* das hidrelétricas na situação de equilíbrio

Multiplicando-se a expressão (6.32), que fornece a energia produzida por cada hidrelétrica em função do número  $N$  de hidrelétricas, pela expressão (6.35), que dá o custo marginal do sistema, obtém-se a remuneração *spot* de cada hidrelétrica na situação de equilíbrio:

$$R_{total}(N) = E_i^*(N) \times \pi_d(N)$$

$$\begin{aligned}
 &= \left( D + \frac{b}{2a} \right) \left( \frac{1}{N+1} \right) 2a \left[ D - \left( D + \frac{b}{2a} \right) \left( \frac{N}{N+1} \right) \right] + b \\
 &= \frac{(2aD + b)^2}{2a(N+1)^2} \tag{6.36}
 \end{aligned}$$

$$R_{total}(N) = N \frac{(2aD + b)^2}{2a(N+1)^2} \tag{6.37}$$

### 6.4.5 Conclusões:

- A partir das expressões anteriores conclui-se que a energia produzida por cada usina hidrelétrica de tal maneira a maximizar seu lucro depende do número de usinas participantes. A quantidade de energia total produzida pelas hidrelétricas na situação de equilíbrio é dada por uma fração da quantidade de energia hidrelétrica produzida,  $E^*_{total}$ , com o objetivo de minimizar os custos operativos (6.21). O fator multiplicativo é  $N / (N+1)$ . A tabela abaixo resume esta condição.

<b>N</b>	<b>Produção Energética Total (% de <math>E^*_{total}</math>)</b>
1	50
2	67
3	75
5	83
10	91
$\infty$	100

- Poderia-se imaginar que havendo duas usinas hidrelétricas, a energia total produzida continuaria sendo 50%  $E^*_{total}$ , pois este seria o ponto de máxima remuneração total (caso  $N = 1$ ) como mostra a equação (6.37). Neste caso, cada usina produziria 25%  $E^*_{total}$  e a remuneração total seria dividida entre elas. A menos que haja algum acordo para procederem desta maneira, o que se verificaria com a presença da segunda hidrelétrica seria um *outro* ponto de equilíbrio, agora com a produção energética total sendo 67% de  $E^*_{total}$ .
- Extrapolando para  $N \rightarrow \infty$ , a produção energética total das usinas (6.33) coincide com a produção energética total de mínimo custo operativo (6.21). Como esperado, conclui-se quanto maior o número de hidrelétricas participantes, mais econômico é o despacho e portanto, menor é a capacidade individual das usinas de aumentar seus lucros.

- O custo marginal do sistema, ou preço *spot*, também é uma função do número de usinas hidrelétricas existentes. O valor do preço *spot*, como poderia se esperar, diminui rapidamente quando se acrescenta uma hidrelétrica à um sistema com poucas hidrelétricas, e diminui mais lentamente no caso de já haver um grande número de hidrelétricas. Quando  $N \rightarrow \infty$ , o custo marginal do sistema vai a 0.
- Green & Newbery [6] concluíram que existe competição quase perfeita ao se dividir a capacidade de geração total da Inglaterra em 5 empresas de mesma capacidade eliminando, portanto, o exercício de Poder de Mercado. É bom salientar que na Inglaterra, quase 100% da energia é produzida por usinas térmicas. Da Figura 2 observa-se que em sistemas hidrotérmicos esta quantidade de hidrelétricas seria insuficiente para eliminar tal efeito. Verifica-se que são necessárias muitas usinas hidrelétricas para reduzir o custo marginal do sistema.

## 6.5 Um modelo com 3 usinas estratégicas – configuração dinâmica

Na seção anterior investigou-se o tema do equilíbrio de Nash-Cournot em sistemas hidrotérmicos para uma situação *estática*. Cada hidrelétrica produzia a quantidade de energia que maximizava seu lucro imediato, sem “olhar” para o futuro. Isto é, não foram representadas as conseqüências futuras do uso dos estoques de energia armazenados nos reservatórios. Tais estoques foram considerados infinitos e não havia restrições com respeito a quantidade de energia produzida pelas hidrelétricas. Todas as hidrelétricas eram iguais entre si, com tamanho e capacidade instalada infinitos.

Sabemos entretanto que na vida real a quantidade de energia armazenada e a quantidade de energia produzida em um  $\Delta t$  qualquer dependem do tamanho do reservatório e da capacidade instalada, respectivamente.

Da mesma maneira como no despacho centralizado (Capítulo 3), em que o ONS se preocupava em tomar as decisões que minimizassem a soma do custo imediato com o valor esperado do custo futuro (que refletia as conseqüências futuras de suas ações tomadas “hoje”), os proprietários das hidrelétricas devem se confrontar com um tradeoff semelhante: a decisão de produzir energia hoje e ser remunerado ao preço *spot* vigente hoje, ou optar por gerá-la no futuro, apostando que o preço *spot* futuro será mais alto que o atual.

O problema torna-se ainda mais complicado quando se percebe que o preço *spot* hoje é uma função de sua decisão. Se o proprietário da hidrelétrica faz uma oferta grande de energia (muitos MWh), haverá uma diminuição dos custos operativos das térmicas e muito provavelmente uma redução do preço *spot*. Por outro lado, fixado um preço *spot*, quanto maior sua produção, maior seu lucro. A decisão a ser tomada é portanto a que maximiza o *produto* das duas variáveis: energia e preço *spot*.

O problema já seria suficientemente complexo se parasse por aí. Entretanto há um agravante; os *demais* proprietários das usinas hidrelétricas também querem determinar suas estratégias ótimas. É necessário portanto representar a ação de todos os agentes envolvidos no processo. Na seção anterior, o ponto de equilíbrio deste *jogo* era representado de maneira analítica. Viu-se que a energia total produzida naquele caso era proporcional a  $N/(N+1)$ , onde  $N$  era o número de usinas hidrelétricas. Nesta seção esta ação dos agentes será representada de maneira iterativa, de forma análoga à seção 5.6.1 (com a diferença fundamental de aqui as usinas oferecem quantidade de energia, e na seção 5.6.1. ofereciam preços).

O objetivo desta seção é formalizar, ainda que com imperfeições, e não resolver através de simulações, o comportamento de um sistema hidrotérmico despachado de maneira descentralizada onde os proprietários de 3 usinas buscam a maximização de suas remunerações *spot*. Os algoritmo será descrito sob forma de um “pseudo” código.

O modelo segue a linha da programação dinâmica tradicional. O estado do sistema é representado pelo nível de armazenamento dos 3 reservatórios. Um possível estado de armazenamento é  $(V_1=80\%, V_2=50\%, V_3=10\%)$ .

Para cada etapa (mês)  $t = T, T-1, \dots, 1$  e para cada estado do sistema são calculadas seqüências de vazões afluentes aos 3 reservatórios. Chamaremos estas seqüências de vazões de cenários hidrológicos. O objetivo da utilização destes cenários é obviamente o de reproduzir a estocasticidade das vazões afluentes. Como no despacho hidrotérmico centralizado, a quantidade de água utilizada pelas usinas para maximizar o lucro de seus proprietários depende não apenas do nível de armazenamento, mas também da tendência hidrológica. Supomos, portanto, que as seqüências de vazões geradas por um processo de Monte Carlo preservam características de correlação temporal, observadas na natureza.

Para um dado estado do sistema (nível de armazenamento dos 3 reservatórios) e um cenário hidrológico qualquer, faz-se uma chamada de uma rotina que calcula as ofertas ótimas das usinas (quantidade de água turbinada em cada usina). Estas quantidades são determinadas pela situação de equilíbrio de um jogo em que os 3 reservatórios procuram maximizar suas remunerações em um MAE.

Portanto em cada estado e para cada cenário hidrológico, simula-se a dinâmica do processo de maximização de lucros em que cada usina otimiza sua decisão condicionada à otimização das *demais* empresas. Cada usina testa uma quantidade de energia produzida que maximize a soma de sua remuneração imediata com um valor esperado de sua remuneração futura, seguindo portanto o mesmo esquema da programação dinâmica estocástica do despacho centralizado, apenas contendo um “loop” adicional cujo propósito é simular o processo competitivo.

O *jogo* termina quando se chega a um ponto de equilíbrio. Neste ponto, conhecido por equilíbrio de Nash, nenhuma usina tem incentivo para modificar sua produção de energia (quantidade de água turbinada) pois tal decisão apenas resultaria em uma diminuição de

seu lucro. É como se todos os participantes estivessem “amarrados”. O algoritmo pode ser resumido nos seguintes passos:

**ROTINA PRINCIPAL**

```

FAZER t = T, T-1, ... , 1
. FAZER V(1)=0%, 10%, ...,100%
. . FAZER V(2)=0%, 10%, ...,100%
. . . FAZER V(3)=0%, 10%, ...,100%
. . . . R(i) = 0, para i=1,2,3
. . . . FAZER cenário hidrologia k =1, .. K !CENÁRIOS HIDROLOGIA
. . . . . CALL NASH (t, k, V(),RS()) !CHAMA ROTINA NASH
. . . . . R(i) = R(i) + RS(i)*P(t,k) (i=1,2,3)!CALCULA REMUNERAÇÕES
. . . . . FIM
. . . . R(t,i,V(1),V(2),V(3)) = R(i) (i=1,2,3) !ATUALIZA FRF
. . . FIM
. . FIM
. FIM
FIM

```



```

ROTINA NASH (t,k,V(),RS())
** DETERMINA VETOR DE ENERGIA TURBINADA E REMUNERAÇÃO DAS 3 USINAS
** QUE SAEM DO EQUILÍBRIO DE NASH
U(I)= MIN(UMAX,V(i))
UOLD(i)= 0, (i=1,2,3)
ENQUANTO U(i)<>UOLD(i) REPETIR           ! VERIFICA ATINGIU EQUILÍBRIO
. UOLD(i)=U(i) (i=1,2,3)
. FAZER i=1, 3                           ! LOOP DAS USINAS
. . ROT=0, UOT=0
. . FAZER j=1, 11                         ! TESTA ENERG.TURBINADA ÓTIMA
. . . U(i)=UMAX(i)*(j-1)/10              ! VALOR ENERGIA TURBINADA
. . . CALL DESPACHO (t,U(),PID)         ! CHAMA ROTINA DESPACHO
. . . RI = PID*U(i)                      ! REMUNERAÇÃO IMEDIATA
. . . V(I) = MIN(V(i)+A(t,i,k)-U(i), VMAX)! BALANÇO HÍDRICO
. . . RF = R(t+1,i,V(1), V(2), V(3))    ! REMUNERAÇÃO FUTURA
. . . RT = RI + RF                       ! REMUNERAÇÃO TOTAL
. . . SE RT > RMAX ENTÃO                 ! VERIFICA SE SOLUÇÃO É MELHOR
. . . . Rot=RT
. . . . Uot=U(i)
. . . FIM SE
. . . RS(i) = Rot                         ! REMUNERAÇÃO ÓTIMA
. . . U(I) = Uot                          ! ENERGIA TURB. ÓTIMA
. . FIM
. FIM
FIM
FIM ROTINA

```

#### ROTINA DESPACHO (t,U(),PID)

```
** COM BASE NO VETOR DE ENERGIA TURBINADA U, FAZ O DESPACHO E CALCULA
** O CUSTO OPERATIVO Z, E O CUSTO MARGINAL DO SISTEMA PID
Usoma = U(1)+U(2)+U(3)           ! ENERGIA TURBINADA TOTAL
DR = D(t) - Usoma                ! DEMANDA RESIDUAL
Z = 0                            ! INICIALIZA CUSTO OPERATIVO
FAZER n = 1, 2, NT               ! LOOP DAS TÉRMICAS
. DR = DR - GMAX(n)              ! SOMA GERAÇÃO TÉRMICA
. Z = Z+GMAX(j)*c(n)             ! ATUALIZA CUSTO OPERATIVO
. SE DR < 0 ENTÃO                ! SE GERAÇÃO TÉRMICA=DEMANDA
. . Z = Z+DR*c(n)                ! CUSTO OPERATIVO RESULTANTE
. . PID = c(n)                   ! CUSTO MARGINAL RESULTANTE
. FIM SE
FIM LOOP
FIM ROTINA
```

## 6.6 Medidas mitigatórias

Nos Capítulos 5 e 6, investigou-se o tema de estratégias competitivas no setor de geração de energia elétrica. Nesta seção propõe-se algumas medidas mitigatórias que objetivam minimizar eventuais aumentos abusivos de preço, como os vistos no Capítulo 5 desta dissertação e em países como a Colômbia, EUA e Inglaterra na “vida real”:

- (a) **Contratos:** geradores com contratos de entrega de energia com empresas de distribuição tem pouco incentivo para o aumento do preço spot do sistema. O gerador recebe um \$/MWh estabelecido no contrato e portanto, pelo menos para estes MWh, é indiferente ao preço spot do sistema, pois vai entregá-los ao \$/MWh estabelecido por contrato.

- (b) No caso de *merchant plants*, isto é, agentes que oferecem energia sem fisicamente serem responsáveis por sua geração, o incentivo é para que se tenha uma redução do preço *spot*, pois este é o preço pela qual a energia será comprada para posterior revenda aos clientes a um preço estabelecido por contrato.
- (c) **Price Caps**: no caso do operador do sistema perceber aumento não justificado das ofertas dos agentes, pode estabelecer “tetos” para a oferta máxima dos preços. Há diversas formas de controlar os preços: (i) estabelecendo “caps” às ofertas individuais das empresas geradoras; (ii) estabelecendo um teto ao preço “spot” do sistema; (iii) estabelecendo um lucro máximo permitido às empresas de geração ao final de cada ano fiscal (solução adotada na Inglaterra); (iv) forçando um prazo mínimo de vigência de uma determinada oferta – as ofertas deixam de ser horárias para serem por exemplo a cada mês. Isto força os geradores a serem mais cautelosos com relação às suas ofertas, diminuindo assim eventuais ofertas muito altas, situações em que os geradores poderiam estar “tentando a sorte” para forçar a alta do preço spot.
- (d) **Participação ativa do lado da demanda** (*demand side bidding*). Muitos autores argumentam que seja talvez a estratégia mais eficaz ao combate ao Poder de Mercado. As empresas de distribuição também fariam ofertas (de compra) de energia, funcionando de maneira simétrica aos geradores. O preço *spot* seria o valor onde as curvas de oferta e demanda se cruzassem, não o ponto onde a curva de oferta cruza a previsão (MWh) da demanda feita pelo ONS.
- (e) **Reforço nas linhas de transmissão** – aumentar o acesso de outros geradores à mercados locais para incentivar a competição pela geração. Este assunto não foi abordado nesta tese, porém constitui uma preocupação real nos sistemas energia de países. Muitos autores [7,14] vêm pesquisando o tema da falta de acesso total ao sistema de transmissão e de como a congestão de algumas linhas de transmissão

podem ser responsáveis por manipulação de preço locais, principalmente nos patamares de carga alto.

- (f) **Incentivo à competição** – incentivo por parte dos governos locais à entrada de novos agentes no setor com vistas a fomentar a competição e minimizar a concentração de geradores em empresas, talvez a principal causa de Manipulação de Mercado.

## REFERÊNCIAS

- [1] Hunt, S.; Shuttleworth, G. - *Competition and Choice in Electricity*, National Economic Research Associates, John Wiley&Sons, 1996
- [2] Wilson, R. – *Activity Rules for Power Exchange* – Market Design Inc., Maio 1997
- [3] PSRI – *Planeación de la Expansión bajo Esquemas Competitivos – Marco Conceptual*, relatório técnico, setembro de 1998
- [4] Pereira, M; Campodónico,N.; Kelman,R. – *Valoración Económica de Sistemas Hidroeléctricos en Cascada*, relatório técnico, PSRI, Dezembro de 1997
- [5] Pereira,M; Campodónico, N. – *Stochastic Hydrothermal Scheduling in a Competitive Environment*, 3<sup>rd</sup> International conference on hydropower, Trondheim, Norway, June 1997
- [6] Green, J.; Newbery,D. – *Competition in the British Electricity Spot Market*, Journal of Political Economy, 100(5), 1992, pp.929-953
- [7] Weiss, J. – *Market Power Issues in the Restructuring of the Electricity Industry: An Experimental Investigation*, Harvard University, Dezembro 1997
- [8] Wolfram, D. – *Measuring Duopoly Power in the British Electricity Spot Market*, mimeo, Harvard University, Setembro 1996
- [9] Wolak, F.; Patrick,R. – *The Impact of Market Rules and Market Structure on the Price Determination Process in the England and Wales Electricity Market*, mimeo, Stanford University, 1996

- [10] Bakerman, R.; Denton, M.; Rassenti, Stephen and Smith, V. – *Market Power In A Deregulated Electrical Industry: An Experimental Study*, Economic Science Laboratory, University of Arizona, Fevereiro 1997
- [11] Kelman, R.; Pereira, M. – *Strategic Pricing in Hydrothermal Systems, Course I, Application of Economic Theory in Power System Analysis*, VI Symposium of Specialists in Electric Operational and Expansion Planning, Salvador, Brazil, 1998
- [12] Bushnell, J. – *Water and Power: Hydroelectric Resources in the Era of Competition in the Western US*, UCEI Report TR-59, March 9, 1998
- [13] Scott, T. ; Read, E. – *Modelling Hydro Reservoir Operation in a Deregulated Electricity Market*, International Transactions in Operational Research 3 (3-4):243-253, 1996
- [14] Borenstein, S.; Bushnell, J. e Steven Soft – *The Competitive Effect of Transmission Capacity in a Deregulated Electricity Industry*, University of California Energy Institute, Abril 1997
- [15] Breitenberger, E. – *Cumulants*, capítulo 17 da *Chatanooga Conference of Power Production Simulation*, EPRI Monographs on Simulation of Electric Power Production, May 1993
- [16] Campodónico, N. – *Representação Analítica de Falhas dos Equipamentos e Variação da Demanda no Despacho Hidrotérmico Multi-estágio*, tese de doutorado – Engenharia de Sistemas – COPPE/UFRJ, 1997
- [17] Cunha, S.; Oliveira, G. Pinto, L. e Pereira, M. – *Eficiência Computacional dos Métodos de Cálculo da Probabilidade de Perda de Carga: Um Estudo*

- Comparativo*, 1º Congresso Latino-Americano de Automática/ 5º Congresso Brasileiro de Automática, Campina Grande, 1984
- [18] Enyon,R. – *Electricity Prices in a Competitive Environment: A Preliminary Analysis Through 2015*, (<http://www.eia.doe.gov/oiaf/elepri97>), 1997.
- [19] *Summary of market power mitigation options for the power exchange* – A note by London Economics, Inc., March, 1997
- [20] Borenstein, S. e Bushnell,J. – *An Empirical Analysis of the Potential for Market Power in California's Electricity Industry*, University of California Energy Institute, Fevereiro 1997
- [21] Terry,L; Pereira, M.; Neto, T. ; Silva, A. e Sales,P. – *Coordinating the Energy Generation of Brazilian National Hydrothermal Electrical Generation System*, Interfaces, jan/fev 1986
- [22] Davis,R. – *Stochastic Dynamic Programming for Multi-Reservoir Hydro-Optimization*, Technical report 15, Syst.Contr., Palo Alto, Calif., 1972
- [23] Pereira, M.; Pinto,L. – *Multi-Stage Stochastic Optimization Applied to Energy Planning*, Mathematical Programming, 1991
- [24] Read, E.; George, J. – *Dual Dynamic Programming for Linear Production / Inventory Systems*, Computers and Mathematics with Applications, 19(11), pp.29-42, 1990
- [25] Kelman, J. – *Modelos para Gerenciamento de Recursos Hídricos*, vol.1, Capítulo 4, Coleção ABRH, 1987

- [26] Santos, A; Cabral, R.; Santos,C.; Haddad,J. – *A Operação de Sistemas Hidrotérmicos e o Uso Múltiplo da Água.*
- [27] Pereira, M – *Planeación de la Expansi3n bajo Esquemas Competitivos: Marco Conceptual*, relatório t3cnico PSRI, Setembro 1998
- [28] Pereira,M.; Campod3nico,N.; Kelman,R. – *Long term Hydro Scheduling based on Stochastic Models*, EPSOM '98, Zurique, Setembro 1998.
- [29] Pereira, M.; Campod3nico, N.; Kelman, R. *Applicaton of Stochastic Dual DP and extensions to Hydrothermal Schedulling*, PSR Technical Report 012/99, Abril 1999.



## ANEXO A – CÁLCULO DE $ER_{HK}(\lambda_{HJ})$ POR BALERIAUX

Na Seção 5.5.1 utilizamos uma estratégia de Monte Carlo para o cálculo do valor esperado dos custos de operação e por extensão a remuneração dos geradores pela média dos resultados obtidos pelos cenários. Fixado um vetor de ofertas, as simulações Monte Carlo eram realizadas (passo 2.1.2.1) e para cada cenário calculava-se a remuneração para este cenário. Ao final tirava-se a média para todos os cenários (passo 2.1.3.1). Como mencionado, as variáveis aleatórias em questão são as disponibilidades dos geradores e a demanda.

Podemos como primeira aproximação considerar a estocasticidade da demanda através de uma função massa de probabilidade (discreta). Isto é feito através de patamares discretos de carga. Cada patamar corresponde a um nível de demanda. As probabilidades associadas a cada um desses patamares representam sua duração percentual.

O grande inconveniente do método da enumeração probabilística na resolução do problema de despacho térmico em que se considera as falhas dos geradores está no grande esforço computacional envolvido nos cálculos. Se as falhas dos geradores forem modeladas por uma distribuição de acordo com tabela a seguir:

	Falha	Operação
Geração	0	$\bar{g}_{hj}$
Probabilidade	$r$	$1-r$

então o número de cenários cresce exponencialmente com o número de geradores: para  $N$  geradores, o número de alternativas a serem consideradas é de  $2^N$ . Para se ter uma boa aproximação deste processo, uma maneira está em se sortear cenários de demanda e de capacidade e resolver o problema do despacho para cada um desses cenários sorteados (opção utilizada na seção anterior).

É conveniente ressaltar que estaríamos cometendo um erro conceitual se resolvêssemos um único problema de PL em que a variável aleatória capacidade geração  $\bar{g}_{hj}$ , ( $\forall j$ ) fosse substituída pelo seu valor esperado. O valor esperado da função de uma variável aleatória não é igual a função do valor esperado da variável aleatória.

Como já visto, a energia produzida por cada gerador em um despacho térmico é obtida colocando-os em ordem crescente de custo unitário até a demanda ser atingida. Vamos, por simplicidade, supor que os geradores estejam colocados em ordem crescente de oferta. Definiremos  $\phi_i$  como o valor esperado da energia não suprida, que é obtida pela diferença entre a demanda a ser atingida e o total de energia gerada por todas as usinas com custo unitário igual ou inferior ao gerador  $i$ .

$$\phi_0 = E[d_h]$$

$$\phi_m = E \left[ \max \left\{ 0, d_h - \sum_{j=1}^m g_{hj} \right\} \right] \quad j = 1, 2, \dots, J$$

A energia produzida por cada gerador é dada pela diferença entre a energia não suprida antes e depois de sua entrada.

$$E[g_{hm}] = \phi_{m-1} - \phi_m \quad j = 1, \dots, J$$

Em resumo, o problema de operação pode ser decomposto em  $J$  subproblemas de cálculo da energia não suprida.

Exemplo: Aplicação do método de Baleriaux na operação ótima de um sistema de duas térmicas considerando-se falhas e variabilidade de demanda.

1. Geradores:

	Térmica 1	Térmica 2
Custo (\$/unidade)	1.00	1.50
Capacidade (unidades)	8.0	6.0
Taxa de Falha	10 %	5 %

2. Demanda:

	Patamar 1	Patamar 2	Patamar 3
Demanda (MW)	10	12	15
Probabilidade	0.20	0.50	0.30

3. Custo de déficit: \$5/unidade

**Solução:**

a) Cálculo do valor da energia não suprida sem nenhum gerador:

$$\phi_0 = E[d_h] = 0.2 \times 10 + 0.5 \times 12 + 0.3 \times 15 = 12.50$$

b) Adicionando-se a térmica mais barata (Térmica 1):

$$\phi_1 = \max\{0, E[d_h - g_{h1}]\}$$

$d_h$	$g_{h1}$	$w = \max\{0, E[d_h - g_{h1}]\}$	<b>P</b>	$w \times P$
10	8	2	0.18	0.36
10	0	10	0.02	0.20
12	8	4	0.45	1.80
12	0	12	0.05	0.60
15	8	7	0.27	1.89
15	0	15	0.03	0.45
		<b>Total</b>	<b>1.00</b>	<b>5.30 = <math>\phi_1</math></b>

Portanto  $E[g_{h1}] = \phi_0 - \phi_1 = 12.50 - 5.30 = 7.20$  unidades

c) Adicionando-se a segunda térmica mais barata (Térmica 2):

$$\phi_2 = \max\{0, E[d_h - g_{h1} - g_{h2}]\}$$

Convolvimos os resultados (calculados) de  $\max\{0, E[d_h - g_{h1}]\}$  com a variável aleatória  $g_{h2}$

$w = \max\{0, E[d_h - g_{h1} - g_{h2}]\}$	$P$	$w \times P$
15	$0.03 \times 0.05 = 0.0015$	0.022
12	$0.05 \times 0.05 = 0.0025$	0.030
10	$0.02 \times 0.05 = 0.0010$	0.010
9	$0.03 \times 0.95 = 0.0285$	0.257
7	$0.27 \times 0.05 = 0.0135$	0.094
6	$0.05 \times 0.95 = 0.0475$	0.285
4	$0.45 \times 0.05 +$ $0.02 \times 0.95 = 0.0415$	0.166
2	$0.18 \times 0.05 = 0.0090$	0.018
1	$0.27 \times 0.95 = 0.2565$	0.257
$(-2) \text{ e } (-4) \Rightarrow 0$	$0.45 \times 0.95 +$ $0.18 \times 0.95 = 0.5985$	0
<b>Total</b>	<b>1.0000</b>	<b>1.14 = <math>\phi_2</math></b>

Portanto o valor esperado da energia gerada pela Térmica 2 é:

$$E[g_{h2}] = \phi_1 - \phi_2 = 5.30 - 1.14 = 4.16 \text{ unidades}$$

O valor esperado do custo de operação,  $E[Z]$  pode enfim ser calculado:

$$E[Z] = 1.00 \times 7.20 + 1.50 \times 4.16 + 1.14 \times 5.00 = \$19.14$$

Esta metodologia de cálculo possui a vantagem de a cada iteração serem aproveitados os cálculos da iteração anterior. A convolução é sempre feita entre a capacidade de geração da nova variável aleatória (capacidade de geração da térmica que está entrando) e um conjunto de resultados já calculados na iteração anterior. Procura-se desta forma “colapsar” combinações que cheguem a valores iguais, como visto no cálculo do valor esperado da geração da Térmica 2,  $E[g_{h2}]$ . O valor  $w=4$  (primeira coluna) aparece como o

resultado de duas possíveis combinações, a saber ( $D=10; G_1=0; G_2=6$ ) e ( $D=12; G_1=8; G_2=0$ ).

O número de combinações estimadas no cálculo das convoluções continuaria sendo  $2^J$  caso não houvesse repetição, ou “colapso” de resultados, como visto no caso  $w=4$ . É de se supor então, que esta metodologia é uma grande evolução em relação a tradicional metodologia de enumeração, porém ainda mantém caráter combinatório.

Existem maneiras eficientes para o cálculo das convoluções. Entre elas o uso de cumulantes [15,16,17]. Este método é computacionalmente muito rápido porém torna-se impreciso quando o número de máquinas é pequeno. Testes realizados pelo autor mostraram que com 50 térmicas, o cálculo do valor esperado da geração de cada gerador é muito próximo ao valor exato (as taxas de pane foram consideradas todas iguais a 20% e a demanda considerada constantes. Portanto tinha-se uma distribuição analítica para as falhas (distribuição binomial). Esta análise encontra-se na Figura A.1.

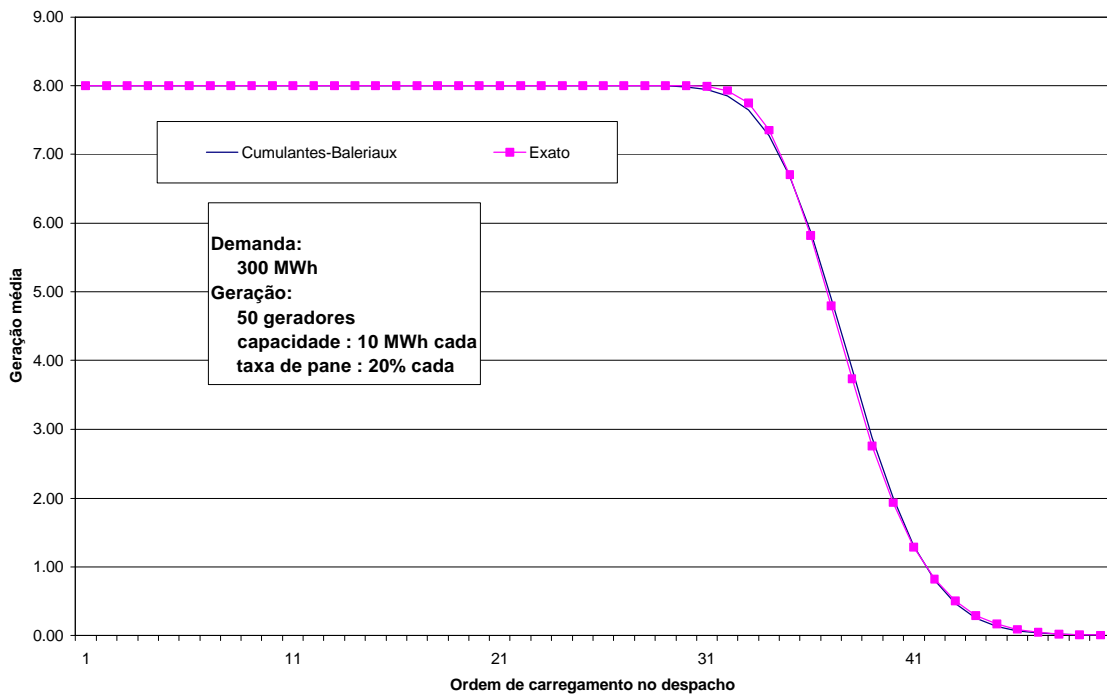


Figura A.1 – Método de Baleriaux com cumulantes vs. solução exata

Convém ressaltar, que no exemplo anterior, mostrou-se o desenvolvimento de Baleriaux para o cálculo do valor esperado da geração para cada gerador. Na prática, entretanto, estamos interessados no valor esperado da remuneração total de uma empresa proprietária de geradores, e não em suas produções energéticas médias.

Nesta dissertação, o autor preferiu não incluir uma seção com o cálculo analítico da remuneração média utilizando Baleriaux e cumulantes. Nas seções posteriores à 5.5.1, a estocasticidade das variáveis aleatórias, sejam elas quais forem, seguirá sendo apresentada através do método de Monte Carlo. Os resultados apresentados também provêm de programas de computador que utilizam tal método.

## ANEXO B – OFERTA DE PREÇOS EM SISTEMAS HIDROTÉRMICOS

Nesta seção generalizaremos a questão da determinação da oferta ótima vista no Capítulo 5, para um sistema composto por usinas térmicas e hidrelétricas. Analogamente ao problema do despacho de mínimo custo para sistemas hidrotérmicos, a determinação da estratégia de preços que leva a maximização de lucro de uma empresa proprietária de uma usina hidrelétrica com reservatório se confronta com o mesmo tradeoff entre utilizar a água hoje para produzir energia e vendê-la ao preço *spot* no mercado atacadista de energia ou transferir o uso desta água para o futuro (ou seja armazená-la) para produzir e vender a energia ao preço *spot* futuro [11].

### B.1 Ofertas de preço horárias em sistemas hidrotérmicos

A oferta ótima para a empresa  $k$ , proprietária de um conjunto de usinas na etapa  $t$  corresponde a solução do seguinte problema:

$$R_{tk} = \text{Max} \sum_{h=1}^H \left[ \sum_{j \in E_k} (\pi_{dh}(\lambda_{hk}) - c_j) \times g_{hj}(\lambda_{hk}) + \sum_{i \in E_k} (\pi_{dh}(\lambda_{hk}) \times g_{hi}(\lambda_{hk})) \right] + R_{t+1,k}(v_{t+1}) \quad (\text{B.1})$$

onde:

$R_{tk}$  remuneração líquida da empresa  $k$  na etapa  $t$

$\pi_{dh}$  custo marginal do sistema na hora  $h$  (depende do vetor de ofertas de preços  $\lambda_{hk}$ )

$g_{hj}$  geração térmica da usina  $j$  na hora  $h$  (depende do vetor de ofertas de preços  $\lambda_{hk}$ )

$g_{hi}$  geração hidro da usina  $i$  na hora  $h$  (depende do vetor de ofertas de preços  $\lambda_{hk}$ )

$R_{t+1,k}$  remuneração líquida *futura*  $k$  da empresa  $k$  na etapa  $t+1$  (depende do vetor de volumes finais  $v_{t+1}$ )

Observe que o cálculo das ofertas horárias para a etapa  $t$  se baseia no “tradeoff” entre as remunerações imediatas das usinas e suas remunerações futuras, dadas pela função  $R_{t+1,k}$ .

A empresa proprietária de uma usina hidrelétrica em um sistema descentralizado estaria interessada portanto no melhor uso da água armazenada em seu reservatório.

### B.1.1 Cálculo da remuneração imediata

Dado um conjunto de preços horários  $\{\lambda_{hk}\}$ , o cálculo da remuneração *spot* imediata é idêntico ao caso puramente térmico, onde os preços *spot* horários  $\{\pi_{dh}\}$  e geração  $\{g_h\}$  são resultados da solução do despacho de mínimo custo.

$$RI_{tk} = \text{Min} \quad \sum_{h=1}^H \left( \sum_{j=1}^J \lambda_{hj} \times g_{hj} + \sum_{i=1}^I \lambda_{hi} \times g_{hi} \right) \quad \text{Variável dual}$$

$$\text{sujeito a} \quad (B.2)$$

$$\sum_{j=1}^J g_{hj} + \sum_{i=1}^I g_{hi} = d_h \quad \pi_{dh} \quad (B.2a)$$

$$g_{hj} \leq \bar{g}_{hj} \quad \pi_{ghj} \quad (B.2b)$$

$$g_{hi} \leq \bar{g}_{hi} \quad \pi_{ghi} \quad (B.2c)$$

onde  $RI_{tk}$  é a remuneração imediata da empresa  $k$  na etapa  $t$ .



### B.1.2 Cálculo da remuneração futura

Dado um vetor de geração hidrelétrica horária  $\{g_{hi}\}$ , a remuneração futura  $R_{t+1,k}(v_{t+1})$  pode ser calculada através do seguinte procedimento:

- inicializar  $v_0 = v_t$  (armazenamento no início da etapa  $t$ )
- repetir para cada hora  $h = 1, \dots, H$ 
  - repetir para cada usina hidro  $i = 1, \dots, I$  (de montante para jusante)
    - atualizar o nível de armazenamento:

$$v_{h+1}(i) = v_h(i) - g_{hi}/\rho_i + a_h(i) + \sum_{m \in U(i)} (u_h(m) + s_h(m))$$

onde:

$g_{hi}/\rho_i$       volume turbinado da usina  $i$  na hora  $h$   
 $a_h(i)$       volume lateral afluente a usina  $i$  na hora  $h$   
 $U(i)$       conjunto de usinas imediatamente a montante da usina  $i$

- volume vertido:  $s_h(i) = \text{Min}\{0, v_{h+1}(i) - \bar{v}(i)\}$
- limites de armazenamento:  $v_{h+1}(i) = \text{Min}\{\bar{v}(i), v_{h+1}(i)\}$
- fazer  $v_{t+1} = v_{H+1}$  e calcular a remuneração futura  $FR_{t,k} = R_{t+1,k}(v_{t+1})$

Note que os limites de vazão turbinada estão implicitamente representados pelos limites de geração hidrelétrica  $g_{hi} \leq \bar{g}_{hi}$  (ver restrição (B.2c)).

### B.2 Formulação do problema de otimização

Como no caso térmico, a otimização da remuneração pode ser formulada como um problema de programação não linear, baseado nas condições de complementaridade:

### B.2.1 Função objetivo

O objetivo é maximizar a soma da remuneração esperada imediata com a remuneração esperada futura.

$$R_{tk} = \text{Max} \sum_{h=1}^H [ \sum_{j \in E_k} (\pi_{dh} - c_j) \times g_{hj} + \sum_{i \in E_k} \pi_{dh} \times g_{hi} ] + R_{t+1,k}(v_{t+1}) \quad (\text{B.3})$$

### B.2.2 Restrição primal – atendimento a demanda horária

$$\sum_{j=1}^J g_{hj} + \sum_{i=1}^I g_{hi} = d_h \quad \text{para } h = 1, \dots, H \quad (\text{B.4})$$

### B.2.3 Restrição primal – limites de geração horária

Estes limites, conforme discutidos, se aplicam tanto para as usinas térmicas como para as hidrelétricas:

$$g_{hj} \leq \bar{g}_{hj} \quad \text{para } j = 1, \dots, J; h = 1, \dots, H \quad (\text{B.5a})$$

$$g_{hi} \leq \bar{g}_{hi} \quad \text{para } i = 1, \dots, I; h = 1, \dots, H \quad (\text{B.5b})$$

### B.2.4 Restrição primal – balanço hídrico horário

$$v_{h+1}(i) = v_h(i) - g_{hi}/\rho_i - s_h(i) + a_h(i) + \sum_{m \in U(i)} (u_h(m) + s_h(m)) \quad (\text{B.6})$$

$$\text{para } i = 1, \dots, I; h = 1, \dots, H$$

### B.2.5 Restrição primal – limite máximo de armazenamento

$$v_{h+1}(i) \leq \bar{v}(i) \quad (\text{B.7})$$

para  $i = 1, \dots, I$ ;  $h = 1, \dots, H$

### B.2.6 Restrição dual – capacidade de geração horária e CMCP

$$\pi_{dh} + \pi_{ghj} - \lambda_{hj} \leq 0 \quad \text{para } j \in E_k \quad (\text{B.8a})$$

$$\pi_{dh} + \pi_{ghj} \leq \lambda_{hj}^* \quad \text{para } j \notin E_k \quad (\text{B.8b})$$

$$\pi_{dh} + \pi_{ghi} - \lambda_{hi} \leq 0 \quad \text{para } i \in E_k \quad (\text{B.8c})$$

$$\pi_{dh} + \pi_{ghi} \leq \lambda_{hi}^* \quad \text{para } i \notin E_k \quad (\text{B.8d})$$

para  $h = 1, \dots, H$

onde:

$\pi_{dh}$  Variável dual associada a restrição de balanço de demanda (B.4) (CMCP)

$\pi_{ghj}$  e  $\pi_{ghi}$  Variáveis duais associadas às restrições de geração térmica e hidrelétrica (B.5). Representa o benefício marginal de um incremento de capacidade disponível na hora  $h$

Estas restrições são semelhantes as restrições do problema térmico. Note que apenas as ofertas de preços para os geradores pertencentes a empresa  $k$  são variáveis de decisão; os outros preços se assume que sejam valores conhecidos.

### B.2.7 Restrição dual – valor da água e armazenamento

$$\pi_{vhi} + \pi_{whi} - \pi_{w,h+1,i} \leq 0 \quad (\text{B.9})$$

para  $i = 1, \dots, I$ ;  $h = 1, \dots, H$

onde:

$\pi_{vhi}$  Variável dual associada a restrição de limite de capacidade de armazenamento

(B.7); representa o benefício de um incremento marginal em  $\bar{v}(i)$  na hora  $h$ .

$\pi_{whi}$  Variável dual associada a restrição de balanço hídrico (B.6), também chamada de valor da água; representa o benefício de um incremento marginal da quantidade de água disponível na usina  $i$  na hora  $h$

### B.2.8 Restrição dual – valor da água e capacidade de geração

$$\pi_{whi}/\rho_i - \pi_{whn}/\rho_n + \pi_{ghi} - \lambda_{hi} \leq 0 \quad \text{para } i \in E_k \quad (\text{B.10a})$$

$$\pi_{whi}/\rho_i - \pi_{whn}/\rho_n + \pi_{ghi} \leq \lambda_{hi}^* \quad \text{para } i \notin E_k \quad (\text{B.10b})$$

para  $i = 1, \dots, I$ ;  $h = 1, \dots, H$

onde  $\pi_{whn}$  é o valor da água da usina localizada imediatamente a jusante da usina  $i$  (caso não haja usina a jusante, então  $\pi_{whn} = 0$ )

### B.2.9 Igualdade primal-dual

$$\sum_{h=1}^H \left[ \sum_{j \in E_k} \lambda_{hj} \times g_{hj} + \sum_{i \in E_k} \lambda_{hi} \times g_{hi} + \sum_{j \notin E_k} \lambda_{hj}^* \times g_{hj} + \sum_{i \notin E_k} \lambda_{hi}^* \times g_{hi} \right] \pi_{dh} \times d_h - \sum_{j=1}^J \pi_{ghj} \times \bar{g}_{hj} - \sum_{i=1}^I \pi_{ghi} \times \bar{g}_{hi} = 0 \quad (\text{B.11})$$

Como no problema puramente térmico, somente esta última restrição não é linear. Entretanto, as equações de balanço hídrico introduzem um acoplamento temporal entre as etapas horárias sucessivas. Como conseqüência, o problema de maximização de lucros não pode ser decomposto em subproblemas horários, o que naturalmente aumenta sua dificuldade.

### B.3 Ofertas em um ambiente com incertezas

Como no caso puramente térmico, cada empresa apresenta suas ofertas sem conhecimento de quais os preços das demais empresas, qual o valor da demanda e capacidades de geração. Esta incerteza pode ser representada por um conjunto de cenários  $s = 1, \dots, S$ . O cálculo do valor esperado da remuneração imediata e futura será descrito nos passos:

a) repetir  $N$  vezes para  $s = 1, \dots, S$

b) sortear aleatoriamente um cenário  $s$  e resolver o despacho com base nas ofertas:

$$z^s = \text{Min} \sum_{h=1}^H [ \sum_{j \in E_k} (\lambda_{hj} \times g_{hj}^s + \lambda_{ij} \times g_{hi}^s) + \sum_{j \notin E_k} (\lambda_{hj}^s \times g_{hj}^s + \lambda_{hi}^s \times g_{hi}^s) ] \quad (\text{B.12})$$

sujeito a

variável dual

$$\sum_{j=1}^J g_{hj}^s + \sum_{i=1}^I g_{hi}^s = d_h^s \quad \pi_{dh}^s \quad (\text{B.12a})$$

$$g_{hj}^s \leq \bar{g}_{hj} \quad \text{para } j \in E_k \quad (\text{B.12b})$$

$$g_{hj}^s \leq \bar{g}_{hj}^s \quad \text{para } j \notin E_k \quad (\text{B.12c})$$

$$g_{hi}^s \leq \bar{g}_{hi} \quad \text{para } i \in E_k \quad (\text{B.12d})$$

$$g_{hi}^s \leq \bar{g}_{hi}^s \quad \text{para } i \notin E_k \quad (\text{B.12e})$$

c) calcular remuneração imediata para o cenário sorteado:

$$RI_{tk}^s = \sum_{h=1}^H [ \sum_{j \in E_k} (\pi_{dh}^s - c_j) \times g_{hj}^s + \sum_{i \in E_k} \pi_{dh}^s \times g_{hi}^s ] \quad (B.13)$$

onde  $RI_{tk}^s$  é a remuneração imediata na etapa  $t$ , cenário  $s$

d) calcular remuneração futura para o cenário sorteado:

- repetir para cada hora  $h = 1, \dots, H$ 
  - repetir para cada usina hidro  $i = 1, \dots, I$  (de montante para jusante)
    - níveis de armazenamento:  $v_{h+1}^s(i) = v_h^s(i) - g_{hi}^s / \rho_i + a_h^s(i) + \sum_{m \in U(i)} (u_h^s(m) + s_h^s(m))$
    - volumes vertidos:  $s_h^s(i) = \text{Min}\{0, v_{h+1}^s(i) - \bar{v}(i)\}$
    - limites de armazenamento:  $v_{h+1}^s(i) = \text{Min}\{\bar{v}(i), v_{h+1}^s(i)\}$
- fazer  $v_{t+1}^s = v_{H+1}^s$  e calcular  $RF_{tk}^s = R_{t+1,k}(v_{t+1}^s)$

onde  $RF_{tk}^s$  é a remuneração futura para a etapa  $t$ , cenário  $s$ .

e) atualizar remuneração esperada total:

$$RET_{tk} = RET_{tk} + 1/N (RI_{tk}^s + RF_{tk}^s)$$

#### B.4 Cálculo da função de custo futuro esperada para a etapa $t$

Como antes, assumiu-se que a função de custo futuro esperada na etapa  $t$ ,  $R_{tk}(v_t)$ , fosse conhecida. Esta função é calculada por uma recursão de programação dinâmica estocástica, similar à utilizada no despacho hidrotérmico centralizado.

- repetir para  $t = T, T-1, \dots, 1$ 
  - repetir para cada vetor de armazenamento  $v_t = v_t^1, v_t^2, \dots, v_t^M$ 
    - inicializar a função de remuneração futura  $RF_{tk}(v_t) \leftarrow \infty$
    - repetir para cada vetor de ofertas  $\lambda_k = \lambda_k^1, \dots, \lambda_k^L$ 
      - calcular a remuneração esperada total  $RET_{tk}$  para o vetor de armazenamento inicial  $v_t$  e vetor de ofertas  $\lambda_k$ .
      - atualizar o valor da solução ótima  $R_{tk}(v_t) \leftarrow \text{Min}\{R_{tk}(v_t), ETR_{tk}\}$

#### B.5 Geração de cenários

Discutiremos agora a representação de ofertas de preços pelos geradores das demais empresas nos cenários. Como no caso térmico, isto é obtido através de um “loop” adicional na recursão, onde os agentes ajustam suas ofertas de preços de maneira iterativa para simular a dinâmica do processo até a situação de equilíbrio. A determinação deste equilíbrio é feita para cada vetor de armazenamento e em cada etapa. O resultado é um conjunto de funções de remuneração futura  $\{RF_{tk}(v_t)\}$  para cada  $k = 1, \dots, K$   $\{RF_{tk}(v_t)\}$  para  $k = 1, \dots, K$ .